PETRI NONII SALACIENSIS, DE CREPVSCVLIS LIBER VNVS.

ITEM Allacen Arabis vetuſtiſsimi, de cauſis Crepuſculorum Liber vnus, à Gerardo Cremonenſi iam olim Latinitate donatus, & per eundem PETRVM Nonium denuò recognitus.

Basilea – 1592, accres-
centado.

SECVNDA EDITIO.

CONIMBRICAE.

Excudebat Antonius à Mariјs.

Anno 1571.

AD PERQVAM SVBLIMEM ET POTENTISSIMVM LVSITANIAE REGEM Ioannem.III. Aphricum, Æthiopicum, Arabicum, Persicum, Indicũ, in opus de Crepusculo PETRI NONII, Geographi, præfatio.

INCIDIT NVPER SERMO DE Crepusculis Rex inuictissime coram Principe integerrimo, vitæ sanctimonia & literarũ cognitione ornatissimo, fideiq; nostrę acerrimo defensore, Infante Henrico illustrissimo fratre tuo. Qui cũ nullum tẽpus intermittat, quin semper aut animarũ saluti prospiciat, aut optimos quosq; authores euoluat, aut literatorum hominum colloquia audiat, Astronomię theorematis mirum in modum delectatur: non illius quidem fluxę fidei, & penè iam explosę, quę de iudicijs ad vitã fortunamq; pertinẽtibus agit: sed quæ de syderum cursu deq; vniuersa cœli ratione disputat. Eũ tu rex humanissime decem abhinc annis, mathematicis sciẽtijs instituendum à me curasti. Didicit ille diligentissime breuiq; tẽpore, Arithmetica & Geometrica Euclidis elementa, Spheræ tractatũ, Theoricas planetarũ, partem magnæ astrorũ compositionis Ptolemęi, Aristotelis mechanica, Cosmographica omnia, Priscorum quorũdam instrumẽtorũ vsum, & nõnullorum etiam quę ego ad nauigandi artẽ excogitaueram. Quod si in eis diutius versatus fuisset, equidem perfectus in mathematicis euasisset. Sed oportebat eũ sacris initiari inaugurariq;, & in præclara studia Theologiæ incũbere. Quotidie tamen problema aliquod sciscitatur, arduum difficile & ingeniosum. Quoniam vero per tempus non licet, geometricis demonstrationibus operam dare, demonstrandi onus mihi imponit. Quæsiuit autem diebus superioribus de Crepusculorũ longitudine in diuersis climatis. Nec defuere qui ex tempore non solum rem absoluere tentarent, verum etiam & inuenisse (quando multos habemus Gorgias Leontinos) asseuerarent. Quumque nihil aliud pręterquam tritum quiddam atq; peruulgatũ, & à nemine (quod sciam) hactenus demonstratum, in medium proferri viderem, libuit rem hanc per mathematicæ artis certissima euidentissimaq; principia, enodatius explicare. Igitur meditando & inuestigando, ea inueni quæ nullibi legeram, & quę nisi demonstratione mihi innotuissent, plane supra fidem erant:

erant: nempè cum primam Capricorni partem ſol fuerit ingreſſus, dies augeri, ſed crepuſcula minui incipiunt: priuſquam vero totam Zodiaci hyemalem quartam abſoluat, breuiſsimum crepuſculum agit, in Horizonte Olyſsipponenſi, vigeſima quinta die Februarij (vt certiſsimus calculus indicauit) noſtra ætate: inde rurſus augentur vſque ad tropicum æſtiuum. At habitantibus ſub ęquatore, quæ regio latiſsime ſub tuo patet imperio, cum ſupra verticem fertur, æquinoctij tempore, breuiſsima crepuſcula fiunt: reliqua omnia ad vtrumque tropicum in dies maiora: adeo eſt diuerſa crementi crepuſculorum ac dierum ratio: & pleraque alia demonſtraui ſcitu digniſsima iucundiſsimaque. Porro hęc mea demonſtrandi methodus alia eſt fateor aliquando, ab ea qua priſci illi authores Menelaus, Ptolemęus, & Geber viri doctiſsimi vſi ſunt: ſed ab Euclide & Theodoſio haud quaquam aliena. Cæterum vtrum facilior aut ad opus expeditior, eruditi omnes expendent. Hęc verò quanquam perexigua, & quę iuſtum volumen non attingant, ob cõmunẽ tamen vtilitatẽ publicanda eſſe cenſui. Quippe qui vt harum liberalium artium ſtudioſis aliqua ex parte prodeſſe poſsim, in huiusmodi ſtudijs aſsidue verſor. Adiunxi vetuſtiſsimi arabis Allacen opuſculum quoddam à Gerardo Cremonenſi iam olim in Latinum tranſlatum, in quo crepuſculorum cauſæ examuſsim examinantur. Sed id adeo deprauatum & mendis corruptum inueneram, vt plus in alieno codice caſtigando, quàm meo de integro cudendo ſudauerim. Hęc autem tibi Rex ſapientiſsime, ſcientiarum patrono & cultori dedicare volui, qui literas literatoſque omnes tueris, foues, & prouehis. Non vt tua maieſtate digna minutula hæc cenſerem: ſed vt occaſionem aliquam nanciſcerer excuſandi me quòd interpretationem Vitruuij tam diu ſim moratus: nam prę aduerſa valetudine inchoatum opus & ſupra quàm dimidiatum non abſolui: partim etiam quod magnanimo Principi Infanti Ludouico fratri tuo literarum ſtudioſiſsimo, quotidiana lectione Ariſtotelis libros exponam. Nec enim ſatis eſſe putauit, ad expugnandam Tunetem, munitiſsimam Aphricę vrbem, cum Carolo Imperatore transfretaſſe, in omni belli expeditione, & prelij incurſu, ſtrenuiſsimum ſe præbuiſſe: niſi intermiſſa ſtudia reuocaſſet, Arithmeticam, Geometriam, Muſicam, & Aſtrologiam mire percalluiſſet: etiam vero nunc reliquarum ſcientiarum ornamento animum excolere non ceſſat: non vt plerique noſtra ętate Philoſophi qui mathematum ignorationem pro compendio ducunt. Sed debui ego (fateor) nihilominus toto animo delegato mihi officio vacare: nulla mihi apud regem meum iuſta excuſatio. At ignoſces tu Rex Chriſ-

 tianiſ-

tianissime clementissimeque: presertim quòd breui vt spero promissum opus absoluam. Valeat & quàdiutissime nobis viuat inclyta maiestas tua. Olysippone, Anno ab orbe redempto M.D.XLI. Decimo quinto Cal. Nouemb.

ANTONII PINARII IN LAVDEM operis carmen.

Cinthia quæ rapidis nocturna crepuscula bigis
Proferat, aut rutilos Sol vbi pungit equos
Quam certis medius constet regionibus aer
Aethereo quæ sint sydera fixa polo.
Omnia sollerti vestigans ordine Petrus
Nonnius Herculea dat tibi lector ope.
Tolle humiles animos, terrarumque exue curis
Pectora, non magnus magna libellus habet.

PRIMA PARS LIBRI DE CREPVSCVLIS *PETRI NONII Salaciensis incipit.*

IOANNES DE SACROBUSTO Spheræ vulgatæ author, Stoflerus in elucidatione astrolabij, cæteriq; quos ego legerim astrologi, qui de crepusculis loquũtur, Crepusculũ diffiniunt, lucẽ dubiam, mediam inter diẽ ac noctẽ. Quare in qualibet die bina crepuscula esse necesse est, alterũ matutinũ quod sub auroram fit, alterũ vespertinũ quod sub vesperã. Matutinũ porrò tunc initiari, aut vespertinũ finiri affirmãt, quum sol ante exortũ, aut post occasum gradibus decẽ & octo ab horizonte abest, eius quidem circuli maximi mundanæ Speræ, qui per verticẽ regionis atq; solem meat. Igitur quoties eam temporis intercapedinẽ metiri libuerit, quam crepusculũ sibi vendicat, obseruandum erit, quanto temporis spacio zodiaci gradus soli oppositus, ex parte orientis gradibus decem & octo supra horizontẽ extollatur: nam idipsum est quod vespertino crepusculo debetur. Rursum condiscendum quanto tẽpore idẽ gradus oppositus soli, quum à parte horizõtis occidentali, sub æquali arcu eleuatus fuerit, in occasum veniat: ipsum enim tẽpus quod interim fluxerit, matutini crepusculi longitudinẽ diffiniet. Quanquã vero huiusmodi tempora supputationibus arithmeticis, iuxta geometricas demonstrationes arcuum & angulorũ sphæricorũ, cõmode colligi possent: nihilominꝰ astronomi quia facilè hoc modo propositũ assequi possunt, in tympanis astrolabij pro varia poli mundi sublimitate, ipsa tẽpora perquirũt. Atqui supposito primo illo fundamento, quod sol sub horizonte depressus gradibus decem & octo, scilicet ante exortũ illustrare incipiat superũ hemisphærium, matutino crepusculo, sed post occasũ vespertinũ crepusculũ finiat, modus quo vtũtur ad mẽsurãdas crepusculorũ intercapedines, certissimꝰ est. Manifestũ est enĩ ex eis quæ cũ à nobis, tũ ab alijs alibi demõstrata sũt, opposita per diametrũ eclipticæ pũcta, æquas dierũ ac noctiũ vicissitudines habere: æqualiaq; tẽporũ spatia pũctui descẽdẽti, atq; opposito ascẽdẽti respõdere altitudine æquali. Igitur sub vnũ ideq; tẽporis interuallũ, eclipticæ gradus quẽ sol ipse occupat, gradibꝰ decẽ & octo sub horizõte deprimitur, atq; oppositꝰ eleuatur. Quare nõ incõmode ex oppositorũ graduũ ascẽsu aut descẽsu, crepusculorũ lõgitudĩes eliciũtur: quod recẽtiores astronomi obseruãt.

Appendix. I.

Et quoniã æquales altitudines ãte meridiana, & pomeridiana, æqualia habet tẽporũ interualla, ab exortu & ab occasu: hinc infertur, vnius atq; eiusdẽ diei crepuscula, matutinũ & vespertinũ, æqualia inuicẽ esse.

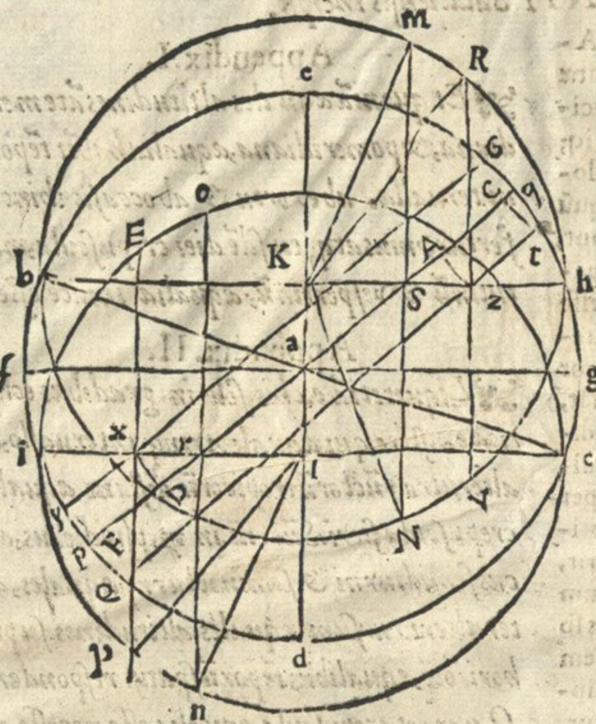
Appendix. II.

Liquet etiã ex his, sole in gradibus eclipticæ existẽte, qui æquali vtrinq; interuallo, ab alterutro pũctorũ tropicorũ distant, æqualia crepuscula fieri. Sũt enĩ in ijs ipsis diebus, arcus semidiurni & seminocturni æquales, alter alteri: rursum æquales altitudines supra horizõte, æqualibus tẽporũ spatijs respondent. Quare et crepuscula æqualia esse necesse est.

Lemma siue assumptio.

Opposita eclipticæ puncta per diametrũ, noctes diebus æquales vicissim habere, & reliqua quæ assumpsimus demonstrare.

SPheræ cẽtrũ esto a, axis e a d, poli igitͤ e, d: pũcta eclitipcę ꝑ diametrũ opposita, sint b, c, & veniat meridianꝰ per b, veniet igitur & ꝑ c, quũ meridianus & ecliptica nõ nisi ꝑ ęqualia se inuicẽ secẽt, ꝑ 15. primi Theodosij: cões sectiões ęquatoris, & eorũ ęquidistãtiũ, qui ꝑ b, c, pũcta motu diurno describũtur, cũ meridiano e b d c, sint b h, f g, i c: igitͤ habebũt eosdẽ polos e, d, ꝑ primã propõnẽ secũdi li. Theodosij. Secabitq; idẽ ipse meridianus e b c d, circulos ipsos ęquidistãtes, per ęqlia et ad rectos ãgulos ꝑ 19. propõnẽ primi. Pręterea axis e a d, ꝑpẽdicularis



erit in eorum plana, & per eorum centra transibit, per. 12. primi: idcirco recta f a g, per cētrum veniens, diameter ęquatoris fiet, a t b h, i c, duorum prędictorum circulorum æquidistantiū erunt diametri, & K, l, puncta, in communibus sectionibus axis, eorum centra. Quoniam vero in triangulis a b K. a c l. duo anguli ad a, equales sūt per. 15. propositionem primi libri Euclidis, & anguli ad K. l. centra recti pręterea latera a b, a c: eos subtendentia equalia, necesse est per. 26. propositionem primi, reliqua latera vnius trianguli, reliquis lateribus alterius equalia esse: igitur b K, l c. semidiametri equales: & circuli ipsi æquidistantes qui ex b, c punctis describūtur: æquales quoq; per diffinitionem. Sint autem huius modi circuli b m N, i n o. Porro secet horizon quiuis obliquus descriptū meridianum super recta linea p q: circulū b m N. super recta m s N: & reliquum circulum i n o, super recta n r o. Igitur m b N. erit arcus diurnus, reliquus vero m h N, nocturnus, eorum qui polū e, manifestum habent. Similiter n i o, diurnus, & reliquus arcus n c o nocturnus erit. Pręterea intelligamus bina triangula a K s, a l r. quorum anguli ad K. l, recti sunt, & anguli ad a: æquales per 15. primi: latera autem a K, a l, equalia ostensa sūt: igitur per. 26. propositionem primi. K s. & l r. rectæ lineę æquales inuicem sunt. At quoniam tam horizon quam circulus b m N, meridianum secat ad rectos angulos per. 19. propositionem primi libri Theodosij: ipsorum comunis sectio m s N, secabit meridianum ad rectos angulos per 19. propositionem. 11. Euclidis. Est autem recta linea b s h. circuli b m N, diameter, in plano meridiani sita: igitur anguli quos b s h, & m s N, ad pūctū s, faciunt, recti sunt. Simili quoq; argumento probabitur, eos angulos quos rectæ n r o, i r c, ad punctum r, faciunt rectos esse. Quapropter in duobus triangulis K m s, l n r, rectangulis, duę rectæ m s, n r, inuicem ęquales erunt per 47. propositionem primi Euclidis, & communem sententiam: idcirco anguli m k s, n l r, æquales per. 8. propositionē primi: & arcus m h, n i, ęquales per 26. propositionem tertij. Et quoniam semicircũferentiæ b m h, i n c, æquales sũt, idcirco per cõmunẽ sententiam reliqui arcus b m, n c, æquales erũt. Porro arcus b m. semidiurnus est puncti ecliptice b, & m h, eiusdẽ seminocturnus: reliquorum vero i n, semidiurnus, & n c, seminocturnus: igitur semidiurnus vnius puncti, seminocturno oppositi æqualis est, & vicissim seminocturnus semidiurno, quod demonstrasse oportuit. Hoc etiam simpliciori syllogismo demonstrari poterat: Sat enim erat ostendisse, angulos ad s, & r, rectos esse, & rectas k s, l r, æquales: nam eo modo rectæ b s, c r, æquales fiũt, sinusq; versi arcũ b m, n c, in ipsis circulis ęqualibus: & quæ relinquuntur s h, r i. æquales, sinusq; versi arcuũ m h, n i. Quòd autẽ arcus seminocturni in eodẽ circulo inter se ęquales sint: semidiurni similiter ęquales alter alteri, manifeste liquet cõnexa k N: nam per 47. & 8. propositionem primi, in duobus triangulis k m s, k N s, fient anguli ad k, punctum æquales: id circo arcus seminocturni æquales erũt per 26. tertij, & per cõmunem sententiam: semidiurni etiã alter alteri æquales. Quod etiã per solã 12. se. li. Theod. ostendi potest, prior verò pars per. 22.

PRæterea concipiamus animo, pũctum ecliptice b, descendisse ex horizonte, arcumq; sui æquidistantis transegisse m R, sed punctum c. ascendisse, arcumq; sui æquidistantis absoluisse n P. Secet autem circulus ęquidistans horizonti qui per R venit, in hemisphęrio infero, planum meridiani super recta Q z t, circulũ vero b m N, super recta R z v: fietq; arcus q t, aut p Q ęqualis arcui occultationis pũcti b, in circulo verticali, quũ est ad R: rursum secet circulus alius horizonti ęquidistans, qui per P. venit in supero hemisphęrio, planum quidem meridiani super recta y x G: circulum porro i n o, super recta P x E: fietq; similiter arcus q G, aut p y, æqualis arcui ascensionis pũcti c, in circulo verticali, quum est ad P. Dico quòd si arcus tempornm m R, P n, ęquales supponãtur, necesse est q t, arcum occultationis, arcui p y, eleuationis supra horizontem ęqualem esse: & vicissim si arcus ipsi occultationis & eleuationis inter se ęquales dentur, necesse est arcus temporum m R, n P, inuicem ęquales esse. Deducãtur ex punctis t, z, y, x in rectam p q per pẽdiculares t C, z A, y F, x D: & detur primum arcus m R, n P, inter se ęquales esse. Igitur quoniam duo arcus m h, n i, æquales ostẽsi sunt, duo reliqui R h, P i, æquales erunt per communem sententiam: id circo angulus R k z, trianguli, z K R, angulo P l x. trianguli x l P, ęqualis erit per 27. tertij: anguli autem ad z, x ęquales sunt, nempe recti, & K R, L P, semidiametri ęquales: igitur K z, l x, per.26. primi, inter se æquales erunt: ex ijs itaq; detractis K s, l r, equalibus, duæ rectæ s z, r x, equales relinquentur per cōmunem sententiam Quoniam vero in triangulis A z s, D x r, anguli ad s, r, æquales sunt, quod per 15. propositionem. 28. & 29. primi Euclidis facilè probabitur, & anguli ad A. D, recti, & ipsa latera s z, r x, vt modo demonstrauimus æqualia, idcirco latus A z, lateri D x, per. 26. primi equale erit: atqui t C, parallela est ipsi A z, & y F, paralella ipsi D x, per. 28. propositionem primi. & duæ rectæ y G, Q t, ipsi p q. paralelle per. 16. propositionem. 11. igitur per 34. propositionem primi & cōmunem sententiā due recte y F, t C. inter se equales erūt: Hæ autem sinus recti sunt arcuum t q, p y. igitur ipsi arcus t q, p y, æquales erunt: quorum vnus est occultationis puncti b, sub horizonte, quum est ad R. alter vero eleuationis puncti c, in hemisphęrio supero, quum est ad punctum P. sui paralelli. Sed ponantur arcus t q, p y, equales: dico quòd duo arcus m R, n P. quibus occultationis tēpora, & æqualis eleuationis metiūtur, inter se æquales erunt. Vtemur enim ad hoc demonstrandum eadem ipsa descripta figuratione, in qua perpendiculares t C, y F, æqualium arcuum sinus recti, æquales inuicem esse comprobantur: igitur perpēdiculares z A, x D. inter se æquales erūt per. 34. propositionem primi Euclidis & communem sententiam: anguli verò ad s, r, puncta in ipsis triangulis A z s, D x r, equales ostensi sunt, & duo anguli ad A, D, recti: propterea duo latera s z, r x, inter se equalia erūt per. 26. primi: At duas rectas K s, l r. æquales esse demonstrauimus, igitur per communē sententiam K z, l x. equales inuicem erunt: idcirco in duobus triangulis K R z, l P x, rectangulis latus z R, lateri x P, æquale erit per 47. propositionem primi & communem sententiā: igitur in eisdem triangulis rectangulis, anguli ad K, l, puncta equales erunt per. 8. propositionem primi: ideoq; arcus R h. P i equales per. 26. propositionem tertij Hos denique auferemus ex m h, n i. equalibus, & relinquētur duo m R, n P, æquales quibus tempora occultationis & æqualis eleuationis metiuntur, quod demonstrasse oportuit.

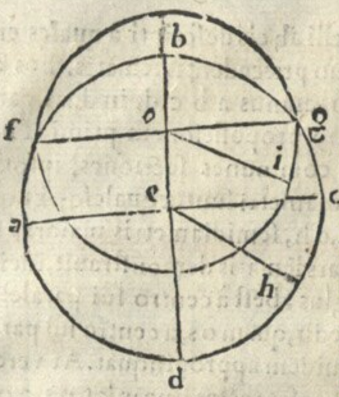
Idē aliter demonstrare. Omniū duorum punctorum oppositorum ex diametro sphere, necesse est tantum vnū eorum eleuari supra horizontē, quantum alterum sub horizonte occultatur. Ducatur enim circulus maximus per verticem & alterum ipsorum pūctorum, qui necessariò per alterum trāsibit, alioqui non essent opposita ex diametro, & perueniet huiusmodi circulus ad punctum oppositum vertici. Huius autem circuli duos semicirculos intelligamus, alterum totum supra horizontem, alterum vero inter ipsa duo puncta opposita, ex arcu occulta cultationis conflatum quadrante minore, & alio arcu quadrante maiore supra horizontem. Hunc porrò arcũ quadrante maiorem à duobus illis semicirculis auferemus, & per cõmunẽ sententiam duo arcus occultationis & eleuationis ipsorum punctorum oppositorũ ęquales relinquentur. Quòd tempora sint ęqualia demonstratur. Moueatur enim sphęra, & attigat alterum eorum horizontem. Necesse est igitur alterum etiam in horizonte esse, alioqui, non essent opposita ex diametro. Sic igitur patet in vno eodemq; tempore alterum deprimi, & alterum eleuari vsquè ad vtrosq; horizontis contactus, quod demonstrasse oportuit.

QVod autem sub æqualibus eleuationibus à parte orientali atq; occidua, in vna eademq; die æqualia labantur tempora, & vicissim ęqualia temporum spacia non nisi sub æqualibus eleuationibus fluant facilè demonstrabimus. Concipiamus enim circulum quẽuis ex eis qui horizõti æquidistãt, secare circunferentiam circuli i n o, quem c. punctum motu diurno describit, ab ortu quidẽ super P, at ab occasu super E: quapropter P, E, puncta æqualibus arcubus supra horizontem eleuari necesse est. Dico ꝙ arcus n P, orientalis arcui E o, occidentali æqualis est. Secet enim ipse circulus horizõti ęquidistans planum meridiani super rectam y x G, secabit igitur & circulum i n o, super recta P x E: porro eũdem secuit horizon super recta n r o, igitur ipsæ duę rectę lineę P x E, n r o. ęquidistantes erunt per 16. propositionem 11. Euclidis. Quare si puncta o P, coniungantur, duo anguli ad o, P, alterni ęquales fient per 29. propositionem primi. Idcirco arcus n P, E o, inter se æquales erunt per 26. propositionẽ tertij. Sed arcus temporum n P, E o, sint ęquales: dico ꝙ P, E, puncta supra horizontem æqualiter eleuabuntur. Cõnectatur enim P E, & per punctũ x. communem sectionem rectarũ P E, i c. ducatur in plano meridiani, recta linea, y x G, æquidistans ipsi p q, horizõtis diametro per 31. propositionem primi Euclidis. Igitur si P o, puncta per lineam rectam cõiungantur, alterni anguli ad P, o, super ęqualibus circunferentijs deducti, per 27. propositionem tertij æquales erunt: igitur paralellę sunt ipsę rectæ lineæ n o, P E, ꝑ 27. propositionem primi. Quoniam verò rectæ lineæ y x G, P x E, sese inuicem secant in vno erunt plano per. 2. propositionẽ. 11. Euc. Huiusmodi autẽ planũ, secundũ circuli circunferẽtiã sphęrã secare necesse est per primam propositiònem primi Theo. atqui duę ipsæ rectæ y x G, P x E, duabus rectis p r q, n r o, paralellæ sunt: igitur plana ex eis deducta per. 15. propositionem

11. Euc. paralella erunt. Itaq; circulus qui ex y x G, P x E, rectis lineis sese secantibus deducuntur, horizonti æqui distat: arcus igitur quibus huiusmodi circulus ab horizontis ambitu, secundum verticales abest, inter se æquales sunt. Quapropter ipsa P, E, puncta circuli i n o, ęquales supra horizontem altitudines habebunt, æqualesq; ipsis arcubus y p, G q, quod demonstrasse oportuit. Aduerte ꝙ arcus inter circulos æquidistantes eorum circulorum maximorum qui per polos ipsorum ęquidistantium veniunt, inter se ęquales sunt, quéadmodum 14. secũdi libri Theodosij probat. Sunt enim descendentes arcus circulorum maximorum ęquales per 27. tertij Euclidis quia recte lineæ subtensæ per poli diffinitionem ęquales, igitur per cõmunem sententiam arcus inter ęquidistantes ęquales. Pręterea intelligere oportet, quòd omnis recta linea in diametrum circuli perpendicularis, intercicentis circunferentię sinus rectus existit. Ipsa enim deducta perpẽdicularis totius rectæ subtensæ dimidia pars est per tertiam propositionem tertij Euc. quare per quartam primi & 26. aut 28. tertij, dimidiũ erit eius rectę quæ sub duplici arcu subtẽditur. Quòd autẽ in vno circulo aut duobus ęqualib9 ęquales arcus ęquales habeant sinus 27. tertij & 26. primi probant: vicissimque demonstrabitur ęquales sinus ęqualibus arcubus respondere.

Idem aliter demonstrare. Describatur in sphæra circulus æquidistãs horizonti interuallo æquali complemento eleuationis puncti dati. Et quoniã hic circulus & paralellus æquinoctialis per motum sphæræ descriptus in ipsis duobus punctis æqualis eleuationis sese intersecant, secabit itaq; meridianus vtranque portionem inter ipsa duo puncta in partes ęquales per propositionẽ 12 secũdi lib. Theod. Eas autem auferemus ab arcubus semidiurnis ęqualibus, & æquales arcus relinquentur per communem sententiã. Conuersionem vero ita demonstrabimus. Si arcus temporum dãtur æquales, æqualiter igitur distabunt à pũcto meridiei: describatur æquidistans horizõti per alterum ipsorum punctorũ. Dico quòd transibit per reliquum. Si non, sequitur per 12. secundi lib. Theo. partem æqualem toti, quod est impossibile. Quapropter si tempora fuerint ęqualia, altitudines erũt ęquales, quod erat ostendendum.

CAeterum vt innotescat æquales dies noctesque fieri alteram alteri, sole ecliptícæ pũcta possidẽte, quę ęquali vtrinque interuallo ab alterutro tropicorum punctorum distant, solum demonstrare oportebit, quod huiusmodi pũcta motu diurno agitata, vnũ eundemque circulum describant Igitur concipiamus in exigua hac depic-



ta figuratione circunferētiā a b c d, in quadrantes diuisam duabus diametris a c, b d, sese ad rectos angulos super centro e, intersecantibus, eclipticam esse: a c, communem sectionem plani huius circuli, & eius coluri qui æquinoctia distinguit: præterea & æquinoctialis: b d, cōmunem sectionem eiusdem plani atq; coluri solsticia indicantis. Erunt igitur a, c, æquinoctialia puncta b, d. tropica: sumantur autem puncta f, g. quę vtrinque æquali interuallo distent ab ipso b, aut d, puncto. Dico quòd ipsa f, g, puncta motu diurno vnum eundemque circulum describunt. Cōnectatur enim recta f g, quę diametrū b d, secet super o, puncto: & quoniam planum coluri qui per tropica puncta venit, æquatoris planum secat, esto recta e h, in communi sectione ipsorum planorū: & à pūcto o. quod in plano eiusdem coluri existit: recta linea excitetur o i, rectæ e h, paralella per. 31. propositioné primi Euc. quare binę rectæ lineæ f g, o i, sese ītersecātes in vno erūt plano per. 2. propositionem. 11. Quoniam vero rectæ o g, e c. paralellæ sūt, ob ęqualitatem arcuum a f. c g. æquos angulos alternosque apud circunferentiam suscipientium. & o i. e h. paralellę quoq;, plana idcirco quę ex f g. o i. & a c. e h. deducuntur, inuicem æquidistare necesse est. Atqui communis sectio plani & sphęræ: circunferentia circuli est, per primam propositionem primi libri Theo. Venit igitur per f. g. puncta circulus ęquatori ęquidistans: at is est qui motu diurno describitur.

Idē aliter demonstrare ad impossibile. Super polo mundi circulus describatur ęquinoctialis paralellus per alterum duorum punctorum veniēs. Dico quòd transibit per reliquum. Si non, sequitur partem æqualem esse toti per 12. secundi lib. Theo. & in hunc modū demonstrabis puncta quę ęquali distant interuallo à puncto tropico æquales habere declinationes.

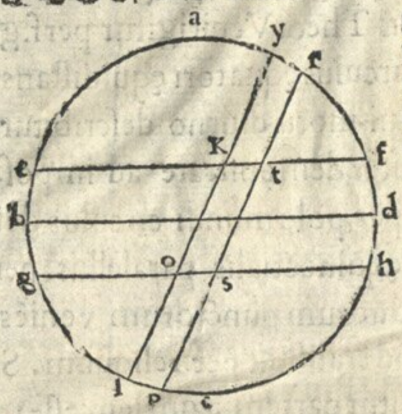
Corrolarium.

ET quoniam velut ex prima parte lēmatis liquet, circuli ex oppositis eclipticę pūctis ęquales sunt: ex hac vtique manifestum est, eos quoq; ęquidistantes qui à punctis describuntur: quæ ab alterutro pūctorum æquinoctialiū vtrinque ęqualiter distant: æquales esse.

Appendix. III.

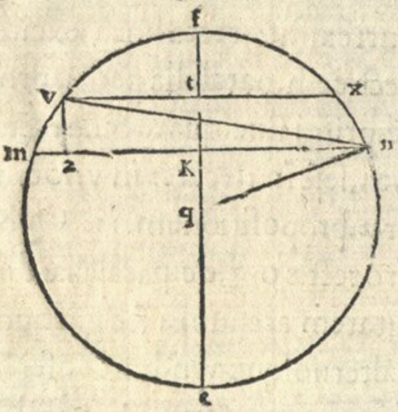
Præterea colligitur, pūctis vtrinque æqualiter ab alterutro punctorū æquinoctialiū distantibus, inæqualia crepuscula deberi, maiora quidem punctis septētrionalibus, in regione septētrionali, minora vero pūctis australibus: sed in regione australi ècontrario.

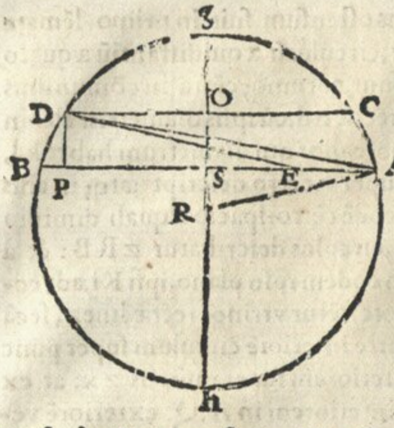
ESto enim meridianus circulus a b c d, æquatoris sectio recta b d, rectæ e f, g h, sectiones sint duorũ quorũuis circulorum paralellorum, quos sol motu diurno describit, quum gradus eclipticæ obtinet, qui æquali vtrinq; interuallo ab alterutro pũctorum æquinoctialiũ distant: polus boreus sit a, manifestusq; habeatur: sectio horizontis esto diameter l y, hæc autem secet rectas e f, g h, in punctis k, o. Præterea sub horizonte circulus quidam concipiatur, ei æquidistans, à quo sol matutinum crepusculum auspicatur: huius atque meridiani cõmunis sectio, esto recta linea p r, puncta vero in quibus hæc rectas e f, g h, secat, sint s, t. Igitur quoniam per propositionem 16. 11. Euclidis rectæ e f, g h, circulorum æquidistantium communes sectiones, paralellæ sunt: rursum per eandem propositionem l y, p r, paralellæ, idcirco duæ rectæ lineæ o s, k t, per. 34. propositionem primi, inter se æquales erunt. At vero circulus meridianus per polos æquatoris, & circulorum ei æquidistantium transit per primam secundi Theodosij: item per polos horizontis & ei æquidistantium: igitur per 19. propositionem primi omnes eos circulos ad rectos angulos secabit: idcirco commũnes sectiones horizontis & circulorum æquidistantium æquatori, super punctis K o, plano descripti meridiani, ad rectos angulos erunt per 19. propositionem. 11. Euc. Præterea communes sectiones æquidistantis horizonti & æquidistantium æquatori, ipsi quoque meridiano super punctis s, t, ad rectos angulos. Et quæ super k, t, eum arcum borealis paralelli intercipiunt, qui matutini crepusculi longitudinem diffinit: sed quæ super o, s, arcum australis paralelli intercludunt, qui similiter matutini crepusculi intercapedinem indicat. Quoniam vero concepta eclipticæ puncta vtrinque æqualiter ab alterutro punctorum æquinoctialium distant, paralelli ab eis descripti æquales erũt, per corelarium præcedentis lẽmatis. Eos autem secat meridianus a b c d, in duas partes æqualiter per. 19. propositionem primi Theo. igitur e f, g h, communes sectiones, ipsorum paralellorum diametri sunt, æqualesq;. Et quia portiones e K, o h, semidiametris maiores sũt, quod prima pars lẽmatis demonstrauit, idcirco recta K t, longius abest à centro sui paralelli, à quo certe recedit, quàm o s, à centro sui paralelli distet, cui quidem appropinquat. At vero demonstratũ est, ipsas rectas lineas k t, o s, æquales inuicem esse: igitur rectæ lineæ quæ super punctis K, t. ipsi meridiano ad rectos angulos insistunt, maiorem arcum circunferentiæ paralelli cõprehẽdunt, quàm quæ super o, s. Et longior igitur mora crepusculi, cũ sol boreale pũctum eclipticæ occupat, quàm cum illud australe, quod æquali interuallo ab æquinoctiali pũcto distat: hoc autem in regione boreali, sed in australi econtrario, vt conuersis paralellorum nominibus, ex hoc ipso schemate manifeste liquet.



Lemma.

VT autem demonstremus, rectas lineas perpendiculares ad planum meridiani, super punctis K, t, maiorem arcum circuli æquidistantis resecare, quàm quę ad rectos angulos insident ipsi meridiano super pũctis o, s: ipsos circulos æquidistantes concipiamus, quorũ alterq; diametrum habet e f nẽpe borealis, esto e f m, super cẽtro q, descriptus: alter vero qui. Diametrum



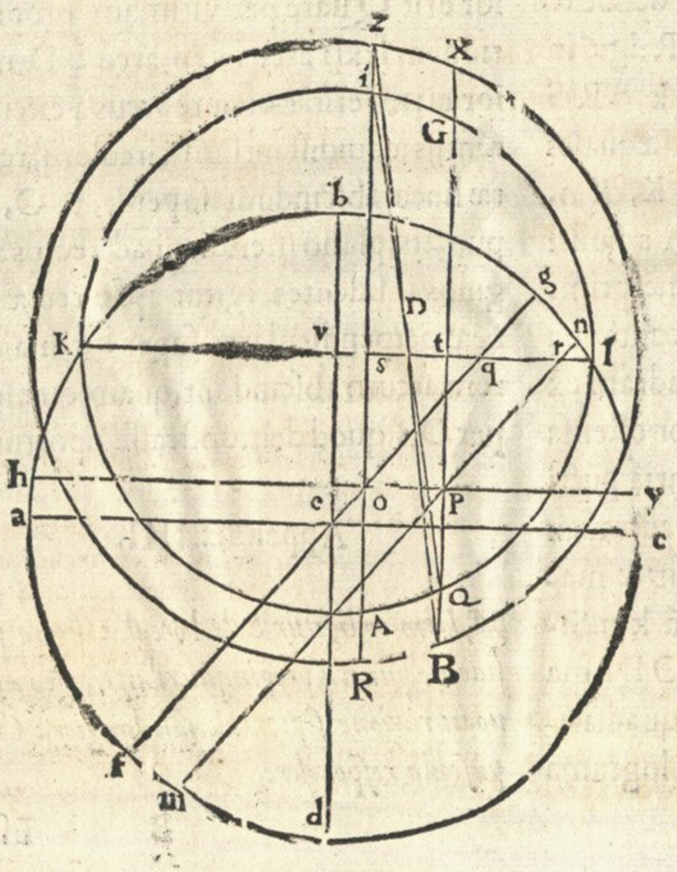


metrũ habet, g h, esto A g h, super cẽtro R. Porro ipsę perpẽdiculares lineę vtrinq; deductę, quę super K, t, sint m n, v x, & quæ super o, s, sint A B, C D: & quoniam hę ad planum meridiani rectæ sunt, in quo quidem e f, g h, circulorum æquidistantium diametri sitæ sunt, idcirco per secundam diffinitionem 11. Euc. anguli ad puncta k, t, in plano circuli e f m, recti erunt. Similiter anguli ad o s, puncta, in plano circuli A g h, recti. Ex pũctis v. D, super m n, A B, ad rectos angulos deducãtur v z, D P, & cõnectãtur q n. A R: igitur in duobus triãgulis rectãgulis n q k, A R S quia semidiametri q n, A R. æquales sunt. bina quadrata quę ex q K, K n. binis quadratisquę ex R s. A s fiunt: æqualia sunt, per 47. propõnẽ primi Euc. & cõmunẽ sententiã. est autẽ quadratũ ex R s, minus quã quadratũ ex q K, quippe quod R s, minor ostensa sit quã q K, ob maiorẽ distantiã pũcti K, à cẽtro sui circuli, igitur quadratũ ex A s, quadrato ex k n, maius erit: & maior igitur A s, recta linea quã k n. Similiter demõstrabitur, rectã O D, maiorẽ esse recta t v: atqui duo quadrilatera O D P S, t v z K. parallelogrãma sunt per. 28. propositionẽ primi Euc. igitur per. 34. æqualis est O D, ipsi P s & t v, ipsi K z. idcirco recta P s, recta K z. maior erit per cõmunẽ sentẽtiã: Quare & tota A P, tota n z. maior: abscindatur ab A P, maiori, recta E P. minori æqualis, & cõnectantur E D, A D, v n. Quoniã vero K t, ęqualis est ipsi v z, & O s, rectę D P, ęqualis quoq; per. 34. propõnẽ primi, ostensæ autẽ sunt æquales K t, O s, idcirco rectæ lineę D P, v z, inter se ęquales erunt. Quapropter in duobus triangulis rectangulis E D P, n v z, angulus D E P, angulo v n z, per. 4. propositionẽ primi ęqualis erit. At vero ipse angulus D E P, angulo D A P, maior est per 16. propositionem primi, igitur & angulus v n z. ipso angulo D A P, maior erit Quare per vltimam propositionem sexti arcus v m, arcu B D, maior etiam erit. Eos autẽ arcus à circũferentijs æquidistantium circulorũ, rectæ lineæ abscindunt super k, t, O, s, punctis, plano meridiani ad rectos angulos insidentes, igitur ipsæ rectæ lineæ perpendiculares super k, t, maiorem arcum abscindunt, quàm quæ super O, s, quod demonstrasse oportuit.

Appendix. IIII.

Item colligitur, Sole borealia signa possidente, punctis propinquioribus tropico æstiuo, in regione septentrionali longiora Crepuscula respondere.

ESto enim meridianus circulus a b c d. super cētro e, descriptus, in quadrātes que diuisus, p diametros b d, a c, ad rectos āgulos sese secātes, quarū quidē a c, esto cōis sectio meridiani & æquinoctialis, & b d, cōis sectio horizōtis recti eorū qui degūt sub a: duæ rectæ h y, K l, sint diametri duorū circulorū æquidistantiū æquatori: ita tamen vt is qui diametrū habet K l, propinquior sit tropico æstiuo, quā qui diametrū habet h y: & cōmunis sectio horizontis obliqui loci borealis esto recta f g, Dico longiora crepuscula fieri, cū sol eū parallelum describit, cuius diameter est K l, quā cum eum qui diametrū habet h y. Esto enim recta m n, cōmunis sectio circuli cuiusdam æquidistantis horizōti, à quo cū iam lucescit, matutinū crepusculū sol auspicatur. Secet autē ipsa m n, rectas k l, h y, super pūctis r, p: itē easdē secet recta f g, in pūctis o, q: quare per ea quæ in præcedenti appendice demōstrauimus, duæ rectæ lineæ o p, q r, inter se æquales erūt. Præterea ab o, & p, pūctis in plano meridiani, perpendiculares excitētur, quæ diametrū K l, in pūctis s, t, secēt. Igitur o s, p t, æquidistantes erunt per. 28. propositionem primi. Sunt autem K l, h y, cōmunes sectiones meridiani & circulorum æquidistantiū æquidistātes: igitur s t, o p, æquales erūt, & æqualiter à centris distabunt: quippe quòd velut superius ostensum fuit in primo lēmate rectæ K l, h y, circulorū æquidistantiū æquatori diametri sunt, eorumq; cētra in cōmunibus sectionibus rectæ b d, cū ipsis diametris. Proinde circulus borealior qui diametrum habet k l, esto k i l A, super v, cētro descript⁹: atq; in eius plano super eodē cētro: spacio æquali dimidio diametri h y, circulus describatur z R B: & à punctis s, t, in eodem ipso plano, ipsi K l, ad rectos angulos excitētur vtrinq; rectæ lineæ, secātes ex vna parte interiorē circulum super punctis i G, & exteriorem super punctis z x: at ex altera parte interiorem in A, Q, exteriorē vero in R, B: cōnectanturque i Q, z B, quarum quidem intersectio esto D, punctum. Igitur in triangulo i D z, angulus A i D, exterior, angulo i z D, interiore maior est per. 16. propositionem primi. Quapropter maiorem rationē habebit rectus angulus ad angulum i z D, quā ad angulum A i D, per. 8. propositionem quinti libri: atqui in æqualibus circulis, anguli eandem rationem habent ipsis circunferentijs in quibus deducuntur per vltimam propositionē sexti: igitur & maiorem rationem habebit quadrans circuli exterioris ad arcum R B, quam qudrans interioris ad arcum A Q per. 13. propositionem quinti. At vero maiorem arcum circuli interioris resecant rectæ lineæ, quæ ex punctis q, r, à centro v. remotioribus, ad rectos angulos excitantur super diametro k l, quàm A Q. vt lemma præcedentis appendicis demonstrauit, igitur maiorē habebit rationem quadrans circuli exterioris ad arcū R B, quā quadrās iterioris ad arcū cōprehēsū sub duabus rectis lineis, quæ ad rectos angulos deducūtur ex q r, q qui dē arc⁹, inter horizōtē & ei æqdistātē cōprehēditur. Porro circulus exterior æqualis est ei æqdistāti, q diametrū habet h y, q; à tropico æstiuo lōgius abest & arcus R B, æqualis cōprobatur arcui q in eodē ipso parallelo inter horizōtē et ei ęqdistātē cōprehēditur, p ea quæ in primo lēmate demōstrauimus. Igitur & maiorē rōnē habebit quadrās paralleli remotioris à tropico æstiuo, ad arcū īter horizōtē & ei æquidistantē, quā quadrās paral-

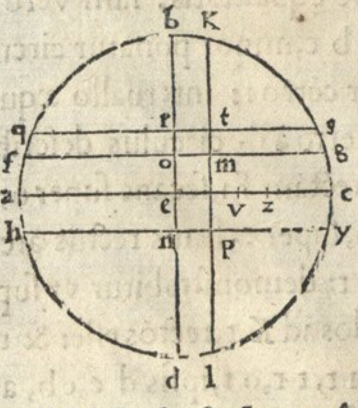


paralleli propinquioris,ad arcum inter horizõtem & circulum ipſum qui ei æquidiſtat. Quoniam vero temporum ſpacia partibus æquatoris & eorum circulorũ qui ei æquidiſtãt, æqua proportione reſpondent:& maiorem igitur rationem habebit ſpatium ſex horarum ad longitudinem crepuſculi paralelli remotioris à tropico eſtiuo,quam ad longitudinem crepuſculi paralleli propinquioris.Quare per decimã propoſitionem quinti,crepuſculum paralleli propinquioris tropico eſtiuo,longius eſſe neceſſe eſt,quod demonſtraſſe oportuit.

Appendix. V.

Habitantibus ſub æquatore,ſole obtinente eclipticæ puncta quæ vtrinque æqualiter ab alterutro punctorum æquinoctialiũ diſtant æqualia crepuſcula fiunt. ſed quæ inæqualiter,inæqualia. Longiora vero reſpondent remotioribus punctis,ſed breuiora propinquioribus. Et ſicut ſinus rectus complementi declinationis puncti propinquioris, ad ſinum complementi puncti remotioris,ita ſinus rectus arcus longitudinis crepuſculi pũcti remotioris,ad ſinũ arcus longitudinis crepuſculi pũcti propinquioris.

Esto enim vt in præcedenti figuratiõe circulꝰ a b c d, meridianus: diameter a c, ſectio ęquatoris & meridiani:diameter b d, ſectio horizõtis recti eorũ qui degunt ſub a,æquatoris pũcto:b,polꝰ boreꝰ, d, auſtrinus : duæ rectæ f g,h y, ſint diametri duorũ parallelorum, quos ſol deſcribit cum æquali vtrinq; interuallo ab alterutro pũctorũ æquinoctialiũ diſtat:horũ cõmunes ſectiones cũ diametro b d,ſint pũcta o n, cẽtra videlicet cõceptorũ parallelorũ,vt in primo lẽmate oſtẽſũ eſt.

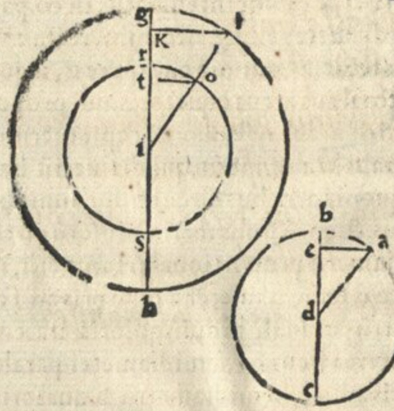


Deinde circulus quidã intelligatur ſub horizõte recto ei æquidiſtãs,qui initiũ matutini crepuſculi,veſpertiniq; finẽ definiat,huiꝰ cõis ſectio atq; meridiani eſto recta K l,quæ quidẽ rectas f g,h y,in ſignis m,p,ſecet. Manifeſtũ eſt ex eis quæ oſtẽſa ſũt in tertia appẽdice,rectas o m, n p,inter ſe æquales eſſe,& vtrãque earũ æqualẽ ſinui recto eius arcꝰ qui in ſuo paralello lõgitudinẽ crepuſculi diffinit. Et quoniã ipſi paralleli æquales ſunt vt ex corrolario primi lẽmatis liquet,idcirco intercepti arcꝰ inter ſe æquales erũt:itaquæ crepuſcula ipſa inter ſe ęqualia quod primũ demõſtraſſe oportuit. Præterea eſto recta q s,diameter circuli cuiuſdã ex æquidiſtãtibus,qui borealior ſit quã is cuius diameter poſita eſt f g:eius cẽtrũ eſto r:ſecet autẽ rectã K l,in pũcto t. Rurſum liquet ex eis quæ ſuper tertia appẽdice demõſtrauimus,rectam r t, æqualẽ eſſe ſinui recto eius arcus,qui in ſuo parallelo lõgitudinẽ crepuſculi diffinit. Quare binos intelligemus meridianos per fines huius arcus veniẽtes,qui ex circũferẽtia æquatoris arcũ ei proportionalẽ abſcindẽt,per 14. propoſitionẽ libri ſecũdi Theo.ipſaq; tẽpora lõgitudinis crepuſculi cõmonſtrabũt:horũ vero meridianorũ vnus erit ipſe rectus horizon,alter ſub terra deſcriptus. Sumatur autem in ſemidiametro e c,recta quedã e z,ęqualis ſinui recto ipſius arcus æquatoris. Idẽ quoq; intelligatur in eo parallelo cuiꝰ diameter eſt f g,eſto enim recta e v, quã ſtatim oſtẽdemꝰ minorẽ eſſe quã e z, æqualis ſinui recto illius arcus ęquatoris,qui proportionalis exiſtit arcui,quẽ duo cõcepti meridiani ex eo parallelo abſcindũt,qui diametrũ habet f g. Et quoniã arcubus circulorum ſimilibꝰ exiſtentibus,& eorũ ſinus recti,& ipſorũ circulorũ ſemediametri proportionales ſunt: erit idcirco ſicut a e,ſemediameter æquatoris ad f o, ſemidiametrũ paralelli propinquioris, ita e v, ad o m:præterea ſicut q r,ſemidiameter paralelli remotioris ad a e, ſemidiametrũ æquatoris, ita r t,aut æqualis o m,ad e z:igitur per 23. propoſitionẽ quĩti libri Euc.ſicut q r,ad f o,ita e v, ad e z:eſt autem q r,ſinus rectus cõplemẽti declinationis pũcti q,remotioris borealiorisq;,& f o,ſinus rectus cõplemẽti declinationis pũcti f,æquatori propinquioris:at e v,æqualis eſt ſinui recto arcus æquatoris qui lõgitudinẽ crepuſculi metitur,ſole obtinẽte pũctũ eclipticæ propinquiꝰ:recta vero e z,æqualis poſita eſt ſinui recto arcꝰ æquatoris qui lõgitudinẽ crepuſculi demõſtrat,ſole exiſtẽte in pũcto borealiori:minor eſt aũt q r, quã f o, igitur minor e v, quã e z, & arcus quoq; arcu minor: quod etiã velut in appendice quarta demonſtrari poterat. Quare patet quòd habitantibus ſub æquatore, ſole poſsidente puncta quæ inæqualiter ab eo diſtant, inæqualia crepuſcula fiunt: longiora quidem reſpondent punctis remotioribus, ſed breuiora propinquioribus. Et ſicut ſinus rectus cõplementi declinationis puncti propinquioris, ad ſinũ rectũ cõplemẽti puncti remotioris, ita ſinus rectus arcus crepuſculi, qui in æquatore puncto remotiori reſpõdet, ad ſinum arcus crepuſculi qui in æquatore puncto propinquiori debetur: quod ſecundo demonſtraſſe oportuit.

Lemma.

Sinus recti & verſi quoque ſimilium arcuum eandem habent rationem & circulorum ſemidiametri.

ESto enĩ circulus a b c, cuius cẽtrum d, Diameter b c, & circulus f g h, cuius centrum i, diameter g h, in quibus a b, f g, ſint ſimiles arcus proportionales vẽ a e, f K, ſint ſinus recti ipſorũ ſimilium arcuum: b e, g k, ſinus verſi.



Aio quòd ratio a e, ad f K, & b e, ad g K, eſt ſicut ratio ſemidiametri b d, ad ſemidiametrum g i. Cõnectantur enim a d, & f i: & aut circulus a b c, æqualis eſt circuli f g h, aut inęqualis. Sit primum ęqualis: igitur ſemidiametri a d, f i, ęquales erunt. Sũt autẽ binę rectę a e, f K. perpendiculares in diametros b c, g h, per diffinitionem ſinus recti & tertiã propoſitionẽ tertij Euc. igitur bina triangula e a d, k f i, rectos habebũt angulos qui ad e, k: quoniã vero arcus a b, f g, ſimiles dantur, igitur per vltimã diffinitionẽ tertij, angulus a d e, angulo f i K, æqualis erit: quare per. 32 propoſitionẽ primi, et cõmunẽ ſententiã, duo illa triangula æquiangula erũt: & latera idcirco habebũt proportionalia, quæ ęqualibus angulis ſubtenduntur, per quartam propoſitionẽ ſexti libri: eſt igitur ſicut a d, ad f i, ita a e, ſinus rectus arcus a b, ad f K ſinũ rectũ arcus f g, & e d, ad K i: atqui a d, ęqualis eſt ipſi f i. ęqualis igitur a e, ipſi f k, & e d, ipſi K i, quod etiam ſola. 26. propoſitio primi libri concludere poterat: auferantur autẽ ex ęqualib⁹ ſemidiametris rectę e d, k i, ęquales igitur per cõmunẽ ſententiã b e, ſinus verſus arcus a b, rectæ g k, ſinui verſo arcus f g, ęqualis relinquetur: idcirco harũ omniũ rectarũ ratio eadẽ erit, nempe ęqualitatis. Iam vero ſi circulus a b c, minor ponatur circulo f g h, ſuper cẽtro i: interuallo æquali ſemidiametro a d, circulus deſcribatur r s o, rectam f i, ſecans ſuper o, & rectam g i, ſuper r: ſinus rectus arcus o r, eſto o t: demonſtrabitur vt ſuperius angulos ad K, t, rectos eſſe: & rectas lineas i t, t r, o t, ipſis d e, e b, a e, ęquales eſſe: ipſaq; triãgula K f i, t o i,

per

per,32.propoſitionẽ primi,& cõmunẽ ſententiã,ęquiangula eſſe:idcirco latera habebũt proportionalia,quę æqualibus angulis ſubtẽdũtur, per quartam propoſitionẽ ſexti libri. quare vt recta f i,ad o i,ita f K,ad o t,& Ki,ad t i: eſt autẽ f i,rectę g i,ęqualis, & o i.ipſi r i: igitur per ſeptimã propoſitionẽ quinti,vt g i,ad r i:ita k i,ad t i.quapropter vt g i,ad r i, ita reliqua g K, ad reliquã r t,per 19.propoſitionem quinti: itaq; per ſeptimam propoſitionem quinti quoties oportuerit repetitam,propoſitum concludetur.

Idem quoque ſimplicius abſque cõſtructione circuli r s o,in vniuerſũque demonſtrari poterit. Etenim anguli ad i,d,cẽtra,æquales ſunt per vltimã diffinitionẽ tertij libri Euc.anguli vero ad K , e, recti per diffinitionẽ ſinus recti, & tertiam propoſitionem eiuſdem libri tertij,igitur reliquus angulus ad f,reliquo ad a per.32 propoſitionem primi & cõmunẽ ſententiam ęqualis erit.Quamobrem bina triangula k f i,e a d.latera habebunt proportionalia quę ęqualibus ãgulis ſubtẽdũtur:eſt igitur ſicut f i, ſemidiametri maioris ad a d,ſemidiametrũ minoris: ita f k ſinus recti arcus f g,ad a e, ſinum rectum arcus a b,& ſic K i : cõplementi ſinus verſi g K : ad e d: complementũ ſinus verſi b e: idcirco per ſeptimam propoſitionem quinti : vt g i:ad b d:ita K i:ad e d:quare per 19. propoſitionem eiuſdem quinti libri Euclidis,ſicut g i,ſemidiameter ad b d ſemidiametrum, ita g K ſinus verſus arcus g f,ad b e :ſinum verſum arcus a b:quoniam vero vt modò demõſtrauimus & per ſeptimam quinti vt ſemidiameter h i: ad ſemidiametrum c d: ita K i :ad e d:idcirco per duodecimam propoſitionem quinti : vt ſemidiameter ad ſemidiametrum:ita tota h K : ſinus verſus arcus f h: qui ex ſemicirculo relinquitur:ad totam c e arcus a c:ſinum verſum.Igitur ſinus recti & verſi quoque ſimilium arcuum, eandem habent rationem & circulorũ ſemidiametri,quod demõſtraſſe oportuit.

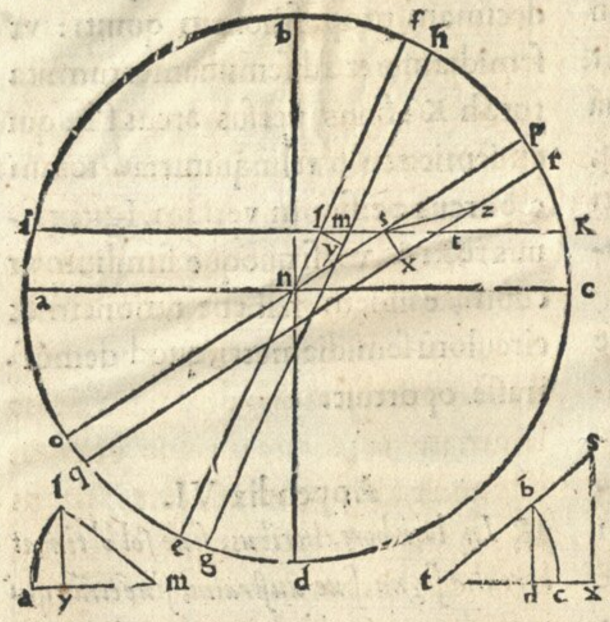
Appendix.VI.

In locis borealioribus, ſiue ſol obtineat borealia ſigna,ſiue auſtralia,ſiue etiã æquinoctialia puncta,longiora Crepuſcula ſiũt. Præterea ſicut ſinus rectus complementi minoris altitudinis poli ad ſinum complementi maioris,ita differentia ſinuum verſorum ſeminocturni veri & manifeſti loci borealioris,ad differentiam ſinuum verſorum ſeminocturni veri atque manifeſti reliqui loci.

ESto enim meridianus circulus a b c d, circa centrũ n,æquatoris cõmunis ſectio recta a c,diameter paralelli cuiuſuis borealis , quem ſol deſcribit,cũ per borealia ſigna incedit,eſto i k,recta b d,axis ſpheræ : b, punctum polus boreus: d,auſtrinus: ſectio eius horizontis ſupra quem polus ipſe boreus arcu b f, eleua-

 tur,

tur, esto e f, sed sectio horizontis eorum quibus idem polus altius extollitur, esto, o p. Aio primum, hac ipsa die qua sol motu diurno conceptum parallelum describit, in loco borealiori lõgius crepusculum haberi. Recta enim q r, sectio communis sit meridiani & eius circuli qui horizonti boralioris loci æquidistat: recta g h, sectio communis meridiani & circuli æquidistantis horizonti reliqui loci, qui ad æquatorē propius accedit. Arcus autem f h, æqualis po-



natur arcui p r, & vterque eorum æqualis distantiæ solis ab horizonte, cum superũ hæmisphærium scilicet ante exortum illuminare incipit, aut post occasum illustrare definit. Præterea à punctis l, s, in communibus sectionibus diametrorum e f, o p, cum recta i K, perpendiculares l y, s x, deducãtur in rectas lineas g h, q r. Igitur bina triangula rectangula contemplabimur y l m, x s t, in quibus latus l y, lateri s x, æquum est: nam vtrumque eorum sinui recto arcus f h, aut p r, æquale existit, vt ex eis quę antea demonstrauimus liquet: & angulus l m y angulo a n e, altitudinis æquatoris æqualis est, per secundam partem 29. propositionis primi libri Euc. bis sumptam. Item angulus s t x, similiter ostendetur æqualis angulo a n o, reliquæ altitudinis æquatoris: est autem ipse angulus a n e, angulo a n o, maior, igitur angulus l m y, angulo s t x, maior est. Porro latus t x, lateri m y æquale esse non potest nam quum anguli ad y, x, recti sint, & ipsa latera l y, l x, æqualia, duo anguli l m y, s t x, per quartam propositionem primi inter se æquales essent. Nec eo minor esse potest, quando quidem producta ipsa recta linea t x, ex parte t, donec æqualis fieret ipsi m y, vt in pũcto z, cõnexaq; s z, essent in duobus triãgulis y l m, x s z, duo anguli l m y, s z x inter se æquales per quartam propositionē primi: at vero angulus s t x, angulo s z x, maior est per 16. propositionem primi: & maior igitur esset angulo l m y, per communem sententiam. At quia huius oppositum modo demonstrauimus, relinquitur rectã t x, recta m y, maiorem esse & maiora igitur erũt bina quadrata ex s x, t x, quam quadrata ex l y, m y, idcirco in duobus illis triangulis rectangulis y l m, x s t, maius erit quadratum ex s t, quam ex l m, per 47, propositionem primi Euc. & communem sententiam: & ideo recta ipsa linea s t, maior erit quam l m, centro propinquior. Propterea per pendiculares insidentes ipsius meridiani plano super punctis l m, minorem arcum circunferentiæ paralleli resecabunt, quam quæ super punctis s t, insistunt, per ea quæ in lemmate appendicis tertiæ demonstrauimus. Et quoniam hæ communes sectiones sunt concepti paralleli, cum horizonte loci borealioris, & ei æquidistante sub terra: illæ vero communes sectiones eiusdem paralleli cum horizõte reliqui loci, & ei æquidistante. Igitur sole obtinēte borealia signa, in locis borealioribus lõgiora crepuscula fiunt, quod primũ demonstrasse oportuit. Secundum quod proposuimus hoc modo demonstrabimus. Manifestum est enim ex eis quæ in primo lēmate, & appendice tertia ostensa sunt, communes illas sectiones quæ fiunt à concepto parallelo solis, tam cum horizontibus, quam cum eis æquidistantibus, super plano descripti meridiani perpendiculares esse. Igitur communis sectio eiusdem paralleli & horizontis loci borealioris, cũ diametro i k, rectos angulos faciet super punctos s, ipsaque communis sectio ad punctum s, terminata, sinus rectus erit arcus veri seminocturni, qui quidem ab occasu solis vsque ad angulum mediæ noctis computari solet: vel ab angulo mediæ noctis vsque ad exortum. Idcirco recta s K, eiusdem arcus seminocturni sinus versus. Præterea communis sectio concepti paralleli & circuli æquidistantis ipsi horizonti loci borealioris, super puncto t, cum recta i k, rectos angulos faciens, sinus rectus est arcus seminocturni manifesti: & recta igitur t K, eius arcus sinus versus erit. Eum autem appellamus seminocturnumm manifestum, qui ex seminoctur-nocturno vero relinquitur, crepusculi interca- pedine subtracta. Erit idcirco recta linea s t, dif ferentia sinuum versorum seminocturni veri, & seminocturni manifesti. Eodem modo de- monstrabitur rectam l m, differentiam esse duo rum sinuum versorum, quorum vnus respon- det arcui seminocturno vero, & alter seminoc- turno manifesto reliqui loci, qui ad æquatorē vergit, cuius altitudo poli est arcus b f. Porro huius arcus complementum est arcus c f, angu- lum subtendens in circuli centro f n c, æqualē quidē angulo l m y, ex opposito iacenti in pa- rallelogrāmo, vt propositio 34. primi libri Eu. probat. Similiter arcus c p, complementū exis tit arcus b p, altitudinis poli loci borealioris, an gulumq; subtendit p n c, æqualē angulo s t x, in parallelogrāmo ex opposito iacenti. Iam ve ro his ita constitutis, hoc modo demōstrationē nostram concludemus: in triangulo y l m, sicut sinus rectus anguli l m y, ad sinum totū, ita rec- ta l y, ad rectam l m, rursum in triangulo x s t, si cut sinus totus ad sinum rectum anguli s t x, ita recta s t, ad rectam s x: & quia rectæ l y, l x, in- uicem sunt æquales, erit igitur sicut sinus totus ad sinū anguli s t x, ita s t, ad rectam l y, per sep- timam propositionem quinti. Quare per. 23. propositionem eiusdem quinti libri, sicut sinus anguli l m y, ad sinum anguli s t x, ita recta s t, ad rectam l m. Atqui sinus anguli l m y, æqua- lis est sinui complementi arcus b f, & sinus an- guli s t x, æqualis sinui complementi arcus b p, ipse autem arcus b f, altitudo est primi loci mi- norq;, arcus vero b p, altitudo secundi loci ma- iorq;. Igitur sicut sinus rectus cōplemēti mino ris altitudinis poli, ad sinū rectū cōplemēti ma ioris altitudinis, ita differentia sinuum versorū seminocturni veri & manifesti loci borealio- ris, ad differentiam sinuum versorū seminoctur ni veri & manifesti loci minoris altitudinis, quod demonstrandum proposuimus. Iterum- que hoc priorem partem ostendit. Quan- quam vero presentē demonstrationē ordinaui mus ad parallelum solis borealem, nihilominus absq; vlla varietate eandē accōmodare poteri- mus ad australes parallelos: similiter & ad æqua torem circulū, in quo quidē ipsæ rectæ lineæ quas diximus differētias esse sinuū versorū se- minocturnorū verorū & manifestorū, sunt etiā æquales sinibus rectis magnitudinum crepus- culorum. Siquidem vtraque earum ad æquato- ris centrum terminatur.

Lemma.

ASsumebatur in demō stratione sinum rectū anguli l m y, ad sinū totum, & rectam l y, ad rectam l m, in eadē esse ratione. Preterea quod in trian- gulo x s t, sicut idem sinus totus ad si- num rectum anguli s t x, ita recta s t, ad rectam s x. Hoc autem vt ostenda tur, recta m y, in rectum extēsa, super puncto m, interuallo l m, arcus angu- li l m y, describatur a l. Deinde super puncto t, ad mensuram semidiametri l m, arcus b c, anguli s t x, describatur, & à puncto b, super rectam t x, perpē dicularis deducatur b d. Igitur prior lemmatis pars liquidissime constat: est enim eadem recta l y, sinus rectus anguli l m y, & recta l m, sinus totus, nēpe circuli semidiameter. Posterior quoque pars manifesta est: nā bina tri- angula x s t, d b t, æquiāgula sunt, per 32. propositionē primi & cōmunē sen tentiam: igitur per quartam proposi- tionē sexti libri vt b t, sinus totus prio- ri equalis, ad b d, sinum rectum angu- li s t x, ita recta s t, ad rectam s x.

Sed vt nostrę appendicis demons tratio id concludere posit, quod secū do demonstrandū proposuimus, ope- rę pretium est, has omnes rationes ad eum sinum totum referre, qui semi- diametro descripti meridiani sit equa lis. Quapropter rectas lineas l m, m y, extendemus in rectum, ad æqua litatem semidiametri descripti meri- diani:

diani: similiter & s t, t x, & super centris m, t, circunferentias in quibus anguli l m y, s t x, subtendātur, describemus: earū vero sinus rectos deducem⁹ hoc est perpēdiculares in rectas m y, t x, quas ad ęqualitatē semidiametri meridiani produximus. Igitur quēadmodū circa bina triāgula x s t, d b t, demōstrauimus, ostēdemus & in his figurationibus, quòd sicut sinus rectus anguli l m y, ad sinū totū, nempe circuli semidiametrū ęqualēque semidiametro descripti meridiani, ita l y, ad l m. Rursum sicut sinus totus, eiusdē meridiani semidiametro æqualis, ad sinum rectum anguli s t x, ita recta s t, ad rectam s x, ob ęqualitatem angulorum, & similitudinem triangulorum. Ex his itaque quod appendix proposuit, rectè concluditur. Nam propositio 23. quinti libri probat, quod sicut s t, ad l m, ita sinus rectus arcus āguli l m y ad sinū rectū arcus āguli s t x, id que in circulis ęqualib⁹ descripto meridiano: est aūt sinus anguli l m y, æqualis sinui cōplemēti arcus b f, & sinus āguli s t x, ęqualis sinui cūplemēti arcus b p, siquidem in æqualibus circulis æquales anguli in ęqualibus arcubus subtenduntur, per 26. propositionem tertij: æqualesque arcus æquales habēt sinus, vt in primo lēmate. Idcirco per septimā propositionē quinti cōcluditur, rectā s t, ad rectā l m, & sinū cōplemēti arcus b f, ad sinū complementi arcus b p, eandem rationem habere.

PARS SECVNDA.

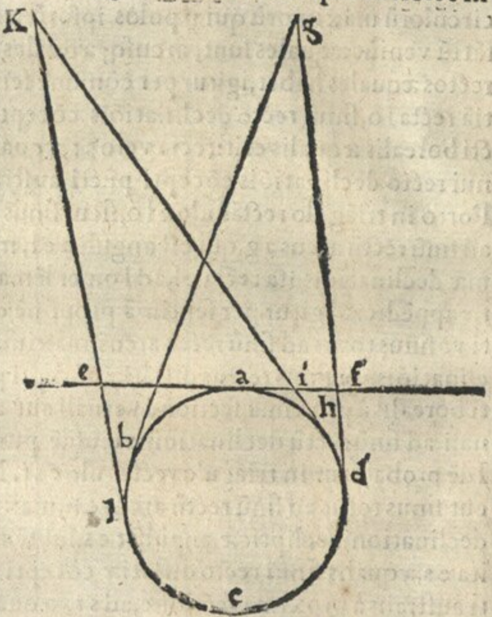
PROPOSITIO PRIMA.

Arcum distantiæ solis ab horizonte, in principio crepusculi matutini aut fine vespertini, stabilem esse non posse, sed pro tēporū vicissitudine necesse sit variari, demonstrare.

SED certe primū illud fundamentū falsum existimari debet. Nulla enim distātia solis ab horizonte in hemisphęrio infero, quæ crepusculum efficit, certa & stata esse potest. Nam crepusculum matutinū tunc auspicatur, cum in nostro hemisphærio aër splendescere incipit. Porro tunc incipit, cum lumen solis in superficie horizontis primum reflecti potest. Tunc autem potest, cum aër cui occurrit, non omnino purus est: sed ob vaporū permistionē crasior densiorq; quā qui à terra nimium abest. Quod si vapores accidat à terra multum distare, reflectetur tunc tempo ris lumen solis à maiori arcu sub horizonte: sed si parum à minori. At vero manifestū est, summam vaporum eleuationem varietatem suscipere, & excelsiorem aliam alia pro temporum vicissitudine fieri. Igitur nec arcus ipse verti-

calis

calis circuli,quo sol ab horizōte distat,certus, statusque permanebit. Hoc autem vt lucidius constet,operæpretium est vt causas crepusculi referamus. Esto enim a b c d,maximus terræ circulus,intra superficiem maximi cuiusdam circuli verticalis,qui ante diluculum per solē & regionis verticem meat. Centrū visus sit a,recta linea e a f,descriptum circulū tangat in pūcto a. Intelligatur autem hoc ipso nocturno tēpore conus vmbræ terræ d f g b. Aër igitur intra huiusmodi vmbræ conum consistens, non illuminabitur à sole. Sed quanquam radius solaris perueniat ad punctum f,& ad alia puncta extra vmbrā,aër tñ illic existens idcirco non apparebit illuminatus, quia propter magnā à terra distantiam, purior tenuiorque est, quàm vt reflexionem efficere possit. Igitur concipiamus solē moueri ad principium vsq; crepusculi matutini,quādo scilicet aër splendescere in-

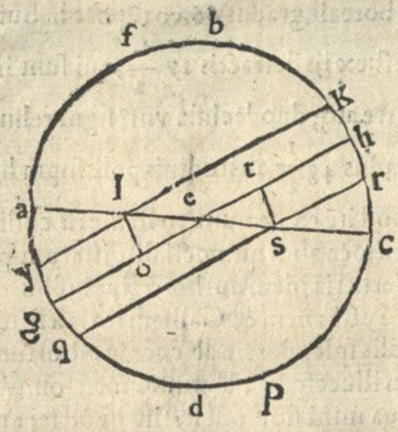


cipit. Referatq; iterū circulus a b c d,maximū terræ circulum,sub eo verticali qui ipso tēporis momento per solē meat,& a,punctū centrū visus,in quo quidem recta linea e a i,eum tangat:conus vmbræ terræ erit h i K l. Quapropter quū ab ipso i, puncto lumen solis primum reflectatur ad visum,aërque qui apud i, primū videatur illuminatus: summa vaporum eleuatio quæ aërem crassiorem reddit, ob idque visibilem eum efficit, erit apud i. Quoniam vero huiusmodi vaporum summa altitudo variabilis est, quippe quæ nōnunquam minus distet à terra quam i.& nōnunquam magis, iuxta variam solis actionem in eam materiam ex qua vapores suscitat: certum est vt quisque facile demonstrare poterit,quod cū minus distiterit à terra quàm i, & minus quoque distabit ipse sol ab horizonte: sed si magis similiter & maiori arcu ab horizonte distabit. Non poterit igitur distantia solis ab horizonte apud initium crepusculi matutini,aut vespertini finē, certa stataq; permanere,quod erat demōstrandū. Cæterū Strabo ad calcē secundi libri Geographiæ,hāc distantiā statuit gradus habere 17 *Strabo.* & dimidiū. Nā circa Borysthenē inquit,secundum vrsales locos horizontis, in omnibus fere æstiuis noctibus illuminatur à sole, ab occasu vsq; ad ortū,circūuertēte se luce. Abest enim æstiuus tropicus ab horizōte,vnius animalculi semis & duodecima parte,quantū distat sol ab horizōte secundū intēpestā noctē. Ex quibus elicitur polū borealē in cis locis, eleuari supra horizontē gradibus 48.& dimidio. Quippe distantiā inter æquinoctialē & tropicū quatuor sexagessimas partes maximi circuli habere posuit,nēpe gradus 24. Igitur distantiā æstiui tropici à polo boreali,gradus 66.eo tēpore habuisse necesse est:ex ijs detractis 17 $\frac{1}{2}$,qui sunt in dimidia parte atq; duodecima vniꝰ signi relinquntur gradus 48 $\frac{1}{2}$ altitudinis poli supra horizontē,quod itē ex eo numero stadiorū colligitur,quo ea loca ab æquinoctiali distare supposuit. Refert etiā idem author,Hipparchū dixisse,ad Borysthenem & Galliam totis æstiuis *Hipparchus.* noctibus solis splendorem ab occasu ad ortum ambientem illucescere. Verumtamen omnia illa ambigua mihi sunt:præsertim quòd secum pugnare videantur. Allacen vero huiusmodi *Allacen.* distantiam solis ab horizonte, gradus habere subiecit 19.nulla ratione suffultus. Deinde Vitelo *Vitelo,* eo iunior,& à quo vniuersum fere ingens illud opus suum de ratione videndi mutuatus est,gradus etiam 19.continere scribit,idq; instrumento armillarum aut tabulis per obseruationem astronomicam deprehendisse. Denique recentiores omnes prædictam distātiam gradus 18.habere subijciunt. Quod si vnusquisque horum authorum tantam vere deprehendit distantiam solis ab horizonte in principio crepusculi matutini,quantam asseruit: negare iam non possumus eā variabilē esse: sin minus, nulla eorum authoritate moueri debemus,quo minus huiusmodi distantiam varietatem suscipere credamus. Verū dū artē tradere molimur, qua huiuſmodi diſtantia recte deprehendi poſ ſit,tantā interea eam eſſe ſupponemus, quantā recentiores aſtrologi,graduum videlicet.18.

Propoſitio. II.

Concepti puncti eclipticæ declinationē inuenire. Ratio enim ſinus totius ad ſinum rectum maximæ declinationis, ſicut ratio ſinus recti arcus diſtantiæ à ſectione vernali aut autūnali, ad ſinum rectū declinationis eiuſdem puncti.

Circulus a b c d,eſto colurus ſolſtitia diſtinguens: b, d, poli eclipticæ:f,p, æquatoris poli: huius & eclipticæ communis ſectio ſit recta a c,recta vero g h, eiuſdem coluri & æquatoris cōmunis quoq; ſectio. Hæ igitur cōmunes ſectiones quia circulorum maximorum Diametri ſūt p Theodoſiū, ſuper centro mūdi e, ſe interſecabunt. Porro circuli æquatori æquidiſtantis, per conceptum eclipticæ punctum venientis communis ſectio,atque deſcripti coluri, eſto aut recta y K,aut q r: harum vero & rectæ a c, interſectiones ſint pūcta l,s:à quibus ſuper rectam g h,ad rectos angulos deducātur binæ rectæ lineæ l o,s t. Igitur quoniam æquatoris & eclipticæ poli in ipſo coluro ſunt,vtrūque circulum colurus ad rectos angulos ſecat per 19. propoſitionē primi libri Theodoſij: quare eorum cōmunis ſectio plano eiuſdē coluri ad rectos angulos erit: eius vero extrema puncta ad initia arietis & Libræ terminari neceſſe eſt. Simili quoque ratione demonſtrabitur,communes ſectiones circulorū æquidiſtantiū & eclipticæ eidē plano coluri ſuper punctis l s,ad rectos angulos eſſe. Igitur ſi poſuerimus a, initiū Cācri,& c,initiū Capricorni, erit cōmunis ſectionis quæ ſuper l,pars ad ipſum l,terminata, ſinus rectus diſtantię cōcepti pūcti borealis ab initio Cancri:& recta e l,ęqualis ſinui recto cōplementi quadrātis,nēpe diſtātiæ cōcepti pūcti ab initio Arietis,aut libræ,per 28.& 34.propoſitionē primi libri Euc. Similiter communis ſectionis quæ ſuper s,pars ad ipſum s,punctum terminata,ſinus rectus erit diſtantiæ concepti pūcti auſtralis ab initio Capricorni: recta vero e s,æqualis ſinui recto diſtātię ab initio Arietis aut libræ. At quoniā rectæ lineæ g h,y K,parallelæ ſunt per 16.propoſitionē 11.Euc.recta autē l o,ſinui recto arcus y g,parallela per 28. propoſitionē primi,idcirco per 34. propoſitionē eadē recta linea l o,ipſius arcus y g,ſinui recto æqualis erit. Atqui vt in primo lēmate demōſtrauimus,arcus inter circulos æquidiſtātes eorum circulorū maximorū qui p polos ipſorū æqdiſtātiū veniūt æquales ſunt, arcuſq; æquales ſin⁹ rectos æquales habēt,igitur per cōmunē ſententiā recta l o,ſinui recto declinatiōis cōcepti pūcti borealis æqualis erit:recta vero s t,æqualis ſinui recto declinatiōis cōcepti pūcti auſtralis. Porro in triāgulo rectāgulo e l o,ſicut ſinus tot⁹ ad ſinū rectū arcus a g,qui eſt anguli o e l, maximæ declinatiōis,ita recta e l,ad l o,per lēma ſextæ appēdicis. Igitur per ſeptimā propōnē quinti vt ſinus totus ad ſinū rectū arcus maximæ declinatiōis,ita ſinus rectus diſtātiæ cōcepti pūcti borealis à proxima ſectione vernali aut autūnali,ad ſinū rectū declinationis eiuſdē puncti. Idē probabitur in triāgulo rectāgulo e s t. Nā ſicut ſinus totus ad ſinū rectū arcus c h,maximæ declinationis eclipticæ,angulū t e s,ſubtēdētis, ita e s,æqualis ſinui recto diſtātiæ cōcepti pūcti auſtralis à proxima ſectione,ad s t, æqualem ſinui recto declinationis eiuſdē pūcti. Quapropter multiplicabimus ſinū rectū arcus eclipticæ quo conceptum punctū à proxima ſectione abeſt,in ſinū rectū maximæ declinationis,productū diuidem⁹ per ſinū totū,vltimas quinq; figuras abijciēdo,& prodibit ex huiuſmodi partitione ſinus rectus declinationis cōcepti pūcti eclipticæ:idcirco p tabulā ſin⁹ recti declinatio ipſa innoteſcet:borealis quidē ſi cōceptū pūctū locū habuerit in ſignis borealibus,auſtralis ſi in auſtralib⁹.Sed ſi declinatio nota proponeretur,& arcus diſtantiæ ignotus, illorū quatuor terminorū proportionaliū primū in quartum perducere oporteret,productūq; per ſecūdum diuide

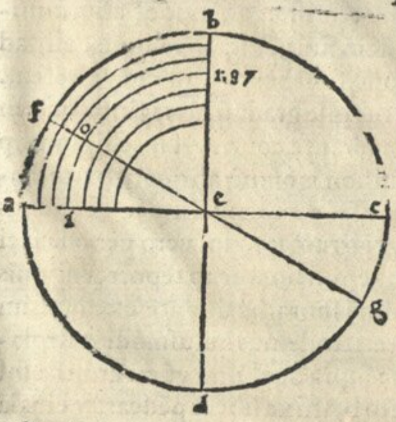


diuidere,ex huiusmodi enim partitione terti- us terminus notus prodiret, nempe sinus rectus quæsitæ distantiæ. Hæc documenta numerorum proportionalium eliciuntur ex 16. propositione sexti libri, aut 19. septimi Euclidis. Et ex hac demonstrandi arte liquet, eclipticæ puncta quæ æquali distant interuallo, ab alter utra sectione aut vernali aut autũnali, æquales declinationes habere. Sunt enim duo illa triangula e l o, e s t, æquiangula: quapropter si arcus distãtiarũ ponãtur æquales, vel per 4. sexti vel 26. primi rectã o l, rectę s t, æqualẽ esse cõcludemus. Idcirco sinus recti declinationũ æquales: & arcus quoque ipsi æquales, quod per alios syllogismos demonstrari solet. Præterea ex hac manifestũ est, puncta eclipticæ quæ ab alterutro tropicorũ pũctorũ æquali distant interuallo, æquales declinationes habere: sub vno enim circulo æquatori æquidistante cõprehẽdũtur. Nam recta linea communis sectio eclipticæ & æquatori æquidistantis, quæ super l, colurũ ad rectos angulos secat, in ipso l, puncto cum diametro a c, rectos angulos facit, per secũdã diffinitionem vndecimi libri. Igitur per ea quæ in primo lẽmate demonstrauimus, ipsa cõmunis sectio in duos sinus rectos æquales æqualiũ arcuum, qui ad a, punctũ terminãtur, super l, pũcto diuisa est. Hoc etiam seorsum demonstrauit eiusdem primi lẽmatis postrema pars.

Propositio. III.

Instrumentum quoddam construere, ad obseruationes astrorum valde opportunum, quo videlicet eorum eleuationes examussim deprehendi possint.

Construatur enim Astrolabium quàm exacte fieri possit: dioptramq; habeat, hoc est regulam quæ super centro voluitur, quàm rectissimam: ad hanc tabellæ vt fieri solet erectæ sint: quarum meatus maiores non sint quàm vt per ea lucidiora fixa sydera distincte videri possint. Esto exempli gratia huiusmodi astrolabij plana vna atque circularis superficies a b c d, diametrisque a c, b d, in quadrantes diuisa: eius centrum sit e, punctum. Super hoc intra ipsam circunferentiam, quantouis interuallo (pari aut impari nihil refert) alius intra alium circulorũ quadrantes describantur numero 44. Exterior quadrãs vt a b, in nonaginta æquales partes diuidatur.



Interiorũ vero ei propinquior in partes æquales 89. Sequẽs deinde in 88. & qui hũc proxime sequitur in 87. et ita deinceps hoc ordine progrediatur, donec ad vltimũ interiorum minimũq; perueniatur, qui in partes ęquales 46. secabitur. In quolibet quadrante singulæ denæ partes tenuissimis quibusdã lineolis, parũ circũferẽtiã prætergredietibus notentur. Nã nisi Astrolabiũ in gẽtis magnitudinis esset, si quinæ aut denæ partes numeris distinguerẽtur, præ nimia interuallorũ angustia, magna cõfusio accideret. Numerus autẽ partiũ quas vnusquisq; quadrans habet, prope vnũ eius extremũ iuxta semidiametrũ scribatur. Vt si supputatio fiat ab a, versus b, super ipso b, pũcto 90, scribãtur notis algoristicis: subtus vero iuxta diametrũ e b, reliqui numeri suis debitisq; locis collocabũtur. Igitur hac arte numerus graduũ nonaginta quẽ vnusquisq; quadrãs etiã interior habere intelligitur, & si in pauciores partes diuisus proponatur, omnẽ aliquotã partẽ actu habet, quæ à quouis numero nonaginta minori denominatur: nempe dimidiã partẽ totius, tertiã, quartã, quintã, sextã, septimã, octauã, nonam, decimã, vndecimã, duodecimam, & reliquas singulatim vsque nonagesimam, quã exterior quadrãs actu habet. Nã quod à minoribus partibus ad maiores progrediendo vsq; ad quadragesimã sextã aliquotas partes habeat, videlicet nonagesimã, octogesimam nonam, octogesimam octauam, & reliquas, nemo inficiabitur. At quod & cæteras quoque habeat, quæ ab ijs numeris denominantur, qui inter vnitatem sunt atq; 46, hinc facile constare poterit, quod qui numerũ aliquẽ in numerum diuidit, diuidit & in subduplũ, sub quadruplũ, cæterosq; numeros sub multiplices quos diuidẽs numerus habet: vt q diuidit in nonagĩta, diuidit ẽt in quadraginta quinque, & qui in 88, diuidit & in 44, & ita deinceps in cæteris. Atqui singuli numeri à 23. vsque 45. subdupli sunt eorũ qui in serie numerorũ disponũtur à 46. vsque 90. vno semper intermisso: & hi quoq; aliorũ minorũ multiplices sunt, & ita in reliquis, alij ad alios eodẽ modo se habent, vsque ad vnitatem. Igitur numerus ipse graduũ nonaginta quẽ in vnoquoq; quadrante contineri intelligimus, ꝑ prædictas diuisiones omnẽ aliquotã partẽ habet à dimidia vsq; ad nonagesimã. Hactenus de instrumenti structura: vsus vero per quã facilis erit. Libeat enim nocturno tẽpore, cuiusuis stellæ altitudinẽ supra horizontẽ ex amussim deprehendere: attollemus huiusmodi Astrolabiũ in sublime supra oculũ, ita vt ex armilla suspensoria pũcto b, affixa libere pẽdeat, & eius latus a b, ad stellã ipsam dirigemus, dioptrãq; sensim sursum atq; deorsum versus torquebimus, quoad per vtrunq; foramen obseruatã stellã ꝑspiciamus. Quoniã vero vix vnquã dioptra descriptis quadrantibus superponitur, quin secundũ aliquã diuisionis notã aliquẽ eorũ intersecet, considerabimus numerũ partiũ integrarũ quẽ abcisa portio habet, numerũ præterea in quẽ totus ipse quadrans diuisus fuerit, & per cõmune documentũ numerorũ proportionaliũ, has partes in nonagesimas partes quadrantis, quas gradus appellare consueuimus, hoc modo conuertemus. Multiplicabimus earũ numerũ in nonaginta, productũ diuidemus per numerũ partiũ totius quadrantis, & prodibit ex ea partitione numerus graduũ quẽ ille partes habẽt. Sed si numer⁹ aliquis ex diuisione relinquatur (vt sepe numero cõtingit) multiplicabimus eũ in sexaginta, productũ diuidemus per prædictũ numerum partium totius quadrantis, cõmunem diuisorem, & prouenient minuta prima. Relictũ quoquo numerum ex huiusmodi partitione iterum multiplicabimus in sexaginta, productumq; diuidemus per cõmunẽ diuisorẽ: & prouenient secunda minuta: & ita deinceps fiet quoadusque aut nihil ex partitione relinquatur, aut minutiæ quæ ex partitione proueniunt, ob earũ paruitatẽ contẽni debeant. Exẽplum: obseruata altitudine alicuius stellæ, habeat in Astrolabio extrema linea dioptræ per centrum veniens, quam fiduciæ lineam Astronomi appellant, eam positionem quam diameter f g: seceteque quadrantem i r, partium æqualem 87. in puncto o, & ipse arcus altitudinis o i, partes comprehendat triginta. Igitur multiplicabimus 30. in 90. fientq; 2700, hunc numerum diuidemus per 87. & venient ex partitione gradus 31. sed relinquentur 3. hũc numerum multiplicabimus in 60. & fient 180. denique diuidemus 180. in 87. communem diuisorem, & venient ex partitione minuta prima duo, numerusq; relictus erit 6: hunc deinde multiplicabimus in 60. ad colligenda minuta secunda, fienq; 360. hæc diuidemus per 87, & prodibũt ex partitione minuta tertia quatuor: sed relictus numerus erit 12. hoc igitur ducto in 60. productoq; diuiso per cõmunem diuisorẽ, venient minuta quarta octo, at relinquẽtur ex partitione 24. Et eadem prorsus arte progrediemur quoad libuerit. Cæterum vt huiusmodi instrumentum obseruationibus solis cõmodius inseruire possit, fiant in erectis tabellis alij duo meatus angustissimi: per eos enim interdiu radius solis ingrediens, eius altitudinem supra horizontem certius cõmõstrabit.

Propositio. IIII.

Per meridianam solis altitudinem, eleuationem poli supra horizontẽ loci in quo fit obseruatio, latitudinẽ vẽ regionis inuenire.

PEr locum solis cognitũ eius declinatio habeatur, hęc vero quadranti adiungatur, si australis fuerit, sed auferatur si borealis: numerus enim qui ex huiusmodi adiectione aut subtractione prodierit, distantia solis erit à polo mundi arctico. Deinde sit ne polus horizontis inter solẽ & polum arcticum, an econtrario sol inter horizontis polum & mundi polũ arcticũ constitutus sit, ex vmbra meridiana in superficie horizontis porrecta eliciemus. Nam si ea vergat ad septentriones, manifestũ est polũ horizontis inter solem & ipsum borealẽ polũ sitũ esse: sed si ad austrũ, necesse est solem inter polum mundi arcticum & horizontis polum positionem habere. His itaq; præcognitis obseruabimus per Astrolabiũ, cuius constructionẽ in præcedenti propõne documus, maximã solis altitudinem: hanc vero meridiano tempore eũ habere necesse est: huius maximæ altitudinis solis cõplemẽtum, nempe distantiam inter polũ horizontis & solem in Astrolabio supputabimus, quam auferemus ab eo arcu quo sol à polo mundi arctico distat, si polus horizontis inter ipsos inuentus fuerit: at eandem adijciemus, si econtrario sol inter polum horizontis & mundi polũ arcticũ locũ habuerit: arcus enim qui aut eiusmodi subtractione relictus fuerit, aut additione conflatus, distantia erit poli horizontis à polo mundi arctico. Iam igitur loci quē incolim⁹ latitudo ignorari non poterit. Nam si is arcus quadranti æqualis fuerit, erit nimirũ horizontis polus sub Aequatore collocatus. Si vero inæqualis: differentia eius à quadrante latitudo loci nuncupabitur: borealis quidem si inuentus arcus quadrante minor fuerit: at australis si maior. Vbi autē meridiana solis altitudo quadranti æqualis fuerit, loci latitudo in quo id deprehensum fuerit, & declinatio solis inuicem æquales erunt. Porro latitudinem loci altitudini poli mundi supra horizontem æqualem esse, sola communis sententia demonstrat. Cæterum meminisse oportet, quædam esse loca quibus sol ad quoddam tempus nec oritur, nec occidit, sed perpetuo eleuatus cernitur: supra quorum horizontes duas altitudines meridianas habet, alteram maximam, alteram minimã intra quatuor & viginti horas. In his vtemur etiã maxima altitudine, nihilque operatio variabitur. Possunt præterea interdiu locorum latitudines inueniri citra meridiem. Nos enim vt in eo commentario quod ad artem nauigandi, materno sermone conscripsimus videre licet, artem excogitauimus, qua omni diei tempore, hora & meridiani positione ignotis existentibus, eleuatio poli mundi supra horizontem, simul atq; hora, & ipsa meridiani positio inueniantur: idque etiam si medio aberrantes pelago, aut in solitudinibus degentes, non solũ horam & meridiani positionem ignoraremus, verum etiam & solis locum eiusque declinationem, & denique annum atque diem in quo huiusmodi obseruatio fit.

Propositio. V.

Ex data loci latitudine altitudine vè poli supra horizõtem, astri meridianum possidentis declinationem deprehendere.

PER tertiam propositionem obseruetur examussim propositi astri altitudo cum meridianum occupauerit. Tum vero si recesserit à polo horizontis ad partes poli manifesti qui eleuatus cernitur, iungemus complementum altitudinis eiusdē astri, arcui latitudinis loci in quo fit obseruatio numerus enim ex his duobus conflatus si quadrantem non superauerit, erit ipsius astri declinatio. Sed si quadrante maior inuētus fuerit, auferemus eum à semicirculo, & relinquetur propositi astri declinatio, eiusdem denominationis cum latitudine loci. At si recesserit à polo horizontis ad partes poli occulti, facta collatione inter latitudinem loci & complementum altitudinis astri: si æqualia inueniantur, propositum astrum declinatione carebit. Sed si inæqualia, auferatur minor numerus à maiori, relinqueturque ipsius astri declinatio, eiusdem denominationis cum ea quam latitudo loci habet, si latitudo ipsa maior inuenta fuerit, sed oppositæ si maior. Verumenim vero si nulla distãtia reperta sit inter astrum & horizontis polum, astri declinatio latitudini loci æqualis erit, & ad eandem partem. Huius & præcedentis propositionis demonstrationes quoniã facillimæ sunt, consulto prætermisimus.

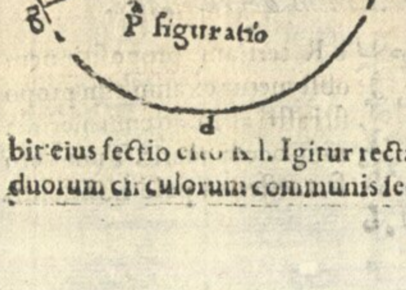
Propositio. VI.

Ex longitudine latitudineque stellæ datis, eius declinationem, & vicissim ex latitudine atque declinatione eius longitudinem, rectamque ascensionem inuenire. Nam sicut quadratum sinus totius ad rectangulum contentum sub sinibus rectis maximæ declinationis Eclipticæ & complementi latitudinis stellæ, ita sinus versus longitudinis eius ab alterutro punctorum tropicorum initium capientis, ad quandam rectam lineam, quam non ab re argumentum declinationis appellabimus. Ea enim æquali existente sinui recto complementi differentiæ duorum prædictorum arcuum, nulla prorsus habebitur declinatio. At vero si inæqualis fuerit, erit nimirum ipsarum rectarum differentia, sinus rectus quæsitæ declinationis: eiusdem quidem denominationis *cum latitudine, ſi minor: ſed oppoſitæ ſi maior. Porro ſi latitudo borealis fuerit, computari debet ſtellæ longitudo à capite Cancri, ſecundum ſignorum conſequentiam, ſi modo in Eclipticæ medietate deſcendenti poſita fuerit: contra vero ſi in aſcendenti. Sed à capite Capricorni ordine contrario ſi auſtralis.*

Aliter. Si concepta ſtella intra polum Eclipticæ Arcticum ſita eſt, & eum æquidiſtantem Auſtralem qui ab Ecliptica arcu maximæ declinationis vndique recedit: quomodo ſe habet quadratum ſinus totius ad rectangulum contentum ſub ſinibus rectis maximæ declinationis Eclipticæ, & complementi latitudinis ſtellæ: ita ſinus verſus longitudinis eius à capite Cancri, ad quandam rectam lineã. Quæ æquali reperta ſinui recto complementi differentiæ duorum arcuum, quorum vnus eſt ipſa maxima declinatio, alter vero diſtantia propoſitæ ſtellæ à polo Eclipticæ boreali, nulla prorſus habebitur declinatio. At eidem ſinui recto inæquali exiſtente: erit nimirum ipſarum rectarum differentia, ſinus rectus quæſitę declinationis: borealis quidem ſi minor, auſtralis autem ſi maior. Sed ſi propoſita ſtella in concepto circulo poſita ſit, quartus proportionis terminus ſinus rectus erit ſuæ declinationis auſtralis. Iam vero ſi extra eum, quartus terminus proportionis ſimul cum ſinu recto eius arcus quo ſtellæ latitudo maximam declinationem excedit, ſinum rectum declinationis auſtralis conficiet.

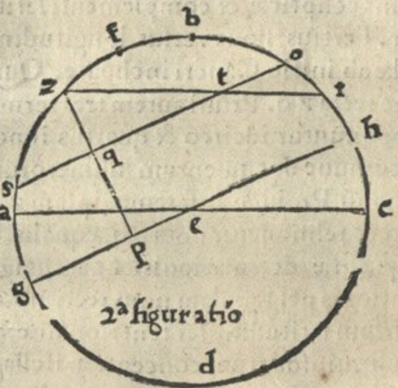
Verumenimuero propoſita ſtella latitudine carente, ſicut ſinus totus ad ſinum rectum maximæ declinationis Eclipticæ, ita ſinus rectus eius arcus quo diſtat à proxima ſectione aut vernali aut autũnali, ad ſinum rectum declinationis quã habet.

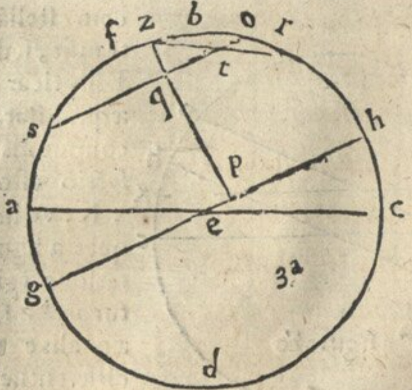
ET ſi multis modis idquod præſens problema inquirendum proponit, inuenire poſſemus: malumus tamen ea demonſtrandi arte, eiſque figurationibus vti, quibus ab initio huius opuſculi vſi ſumus: nec iniuria. Nã præter hoc quod iuxta hanc methodum pauciſsimis multiplicationibus ac diuiſionibus negotium abſoluitur: habent huiuſmodi ſchemata pulchrũ quoddam, quod alibi meis demonſtrationibus quoad potui, immiſcere conſueui. Referũt enim adeo vere in plano vnius meridiani cæleſtiũ circulorum ſuperficies, vt in eiſdem velut in inſtrumento quodam, abſque numerorum exercitio quod inquirendũ proponitur, cognoſcere poſsim⁹. Eſto igitur circul⁹ a b c d cuius centrum e, colurus qui per principia Cãcri & Capricorni venit, punctum f, polus mundi Arcticus, b, polus Eclipticæ proximus: recta a c, ſectio Eclipticę: g h, ſectio Aequatoris. Ponamus pręterea eam ſtellam cuius declinationem metiri volumus, latitudinẽ borealẽ habere, æqualemq; complemento maximæ declinationis Eclipticæ, vt in prima figuratione: cumq; circulum intelligamus ipſi Eclipticæ parallelum qui per centrũ ſtellæ trãſit: eius ſectio eſto f i: circulus ille deide cõcipiatur ęquatori parallel⁹, quẽ ſtella ipſa motu diurno deſcribit eius ſectio erit k l. Igitur recta linea horũ duorum circulorum communis ſectio, ad ſtel-



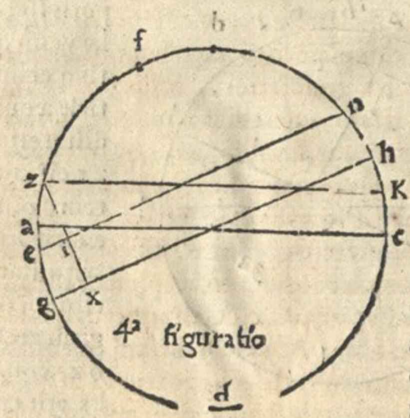
2ᵃ figuratio

Iamque propositam terminatā,plano descripti coluri super puncto m,rectarum f i,K l, intersectione,ad rectos angulos erit,per 19.propositionē primi Theodosij, & vndecimi Euc. Itaque recta f m,sinus versus erit distantiæ propositæ stellæ ab initio Cancri in ipso cõcepto parallelo Eclipticæ,quam quidem computare debemus secundum consequentiam signorum, si locū habet in semicirculo Eclipticæ descendēti,sed contra si in ascendenti,vt huiusmodi distantia semicirculo minor euadat. Cõnectatur autē f e,quæ rectā K l,secet super pūcto n. Quoniā vero rectę lineæ g h,k l,parallelæ sunt:item a c,f i.parallelæ per 16.propositionē vndecimi libri Euc. Idcirco angulus f m n,triāguli n f m, angulo a e g,maximæ declinationis eclipticæ æqualis erit per primam partem 29.propositionis primi libri Euclidis bis assumptam:angulus autē f e h,rect⁹ est,quia f g,f h,quadrãtes, quod item decima primi Theo.demõstrat: igitur angulus f n m,per secundam partē eiusdē vigesimæ nonæ propositionis primi rectus etiā erit. Quapropter in ipso triangulo f n m , sicut sin⁹ totus ad sinū rectum arcus anguli f m n,ita recta f m,sinus versus longitudinis stellæ ab initio Cancri inchoatæ,in concepto parallelo latitudinis,ad rectam f n,per lēma sextæ appendicis. Atqui sicut idem ipse sinus totus nempe semidiameter a e,ad sinum rectum complementi latitudinis stellæ,semidiametrum videlicet concepti paralleli latitudinis,sic sinus versus longitudinis eiusdē stellæ secundus gradus eclipticæ computatæ,ad rectam f m,per lēma quintæ appendicis:idcirco ratio sinus versi longitudinis stellæ secundum eclipticæ gradus,ad rectā f n, ex eisdem rationibus componitur,eis quas habet sinus totus ad sinū rectū arcus anguli f m n, angulo maximæ declinationis æqualis,& ad sinum rectum cõplementi latitudinis ipsius stellæ. Proterea per 23. propositionem sexti libri septima quinti adiuuante,sicut quadratum sinus totius ad rectangulum contentum sub sinibus rectis maximæ declinationis Eclipticæ & complementi latitudinis stellæ,ita sinus versus longitudinis quā habet,ad rectam f n. Quoniā autem complementum latitudinis stellæ æquale ponitur arcui b f,polorum interuallo, & ipse b f,arcui a g, maximæ declinationis eclipticæ æqualis est per communem sententiam ; hinc fit vt nulla relinquatur differentia inter maximam declinationem & cõplementum latitudinis stellæ:igitur totus quadrans g f,complementum differētiæ quodãmodo appellari potest ipsorum æqualium arcuum:& sinus totus e f,huiusmodi complementi sinus rectus. Hic vero rectam f n,quartum proportionis terminū recta e n,excedit:deinde ipsa e n,sinui recto arcus g k,æqualis est per 28.& 34.propositionē primi:at vero g k.& declinationis stellæ arcus, æquales sunt,æqualesq; habent sinus rectos per ea quæ in primo lēmate demonstrauimus. Igitur per communem sententiam subtracta recta f n,quarto proportionis termino è recta e f, sinu toto quem sinum rectum complementi differentiæ duorū prædictorū arcuum appellauimus,relinquetur sinus rectus quæsitæ declinationis. Atqui per commune documentum numerorum proportionalium quartus ipse proportionis terminus innotescit: igitur & sinus rectus quæsitæ declinationis notus relinquetur. Quare & ipsa declinatio per tabulam sinus recti nota. Sed ponatur vt in secunda & tertia figuratione, latitudo stellæ itē septentrionalis, eiusq; cõplemētum maximæ declinationi inæquale: sectio circuli per cētrum corporis stellæ venientis q eclipticæ æquidistat esto z r,ei⁹ autem qui æquatori æqdistat esto s o. Igitur arc⁹ b z, æqualis erit cõplemento latitudinis stellæ:est autem b f, æqualis maximæ declinationi eclipticæ: idcirco arcus z f,differētia maximæ declinationis eclipticæ & complementi latitudinis stellæ. Ducatur autem à puncto z,recta linea z p , perpendicularis

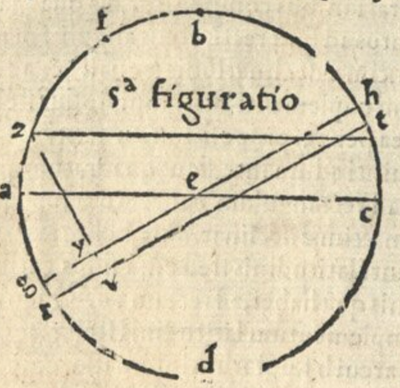




cularis in g h: quoniā verò f g, aut f h, quadrans existit, erit ipsa recta z p, sinus rectus complementi arcus z f. Porro rectarum z p, s o, intersectio sit super puncto q, itaque recta linea p q, æqualis erit sinui recto arcus septentrionalis g s, ipse vero arcus g s, æqualis declinationi propositæ stellæ: recta igitur z q, differētia erit duorū sinuum rectorum, quorum vnus est declinationis stellæ, alter vero complementi differentiæ duorum prædictorum arcuum, nempe maximæ declinationis eclipticæ, & complemēti latitudinis eiusdem stellæ. Atqui anguli trianguli q z t, ęquales sunt angulis trianguli n f m, primæ figurationis: est enim angul⁹ ad t, æqualis angulo maximæ declinationis: præterea angulus ad q, rectus. Igitur concludemus quēadmodum in ipsa prima figuratione quatuor terminos sub eadē ratione proportionales. Quorū primus, quadratū sinus totius. Secundus, rectangulum contentum sub sinibus rectis maximæ declinationis eclipticæ & complementi latitudinis stellæ. Tertius, sinus versus longitudinis eiusdē stellæ ab initio Cancri inchoatę. Quartus denique recta z q. Primi autem tres termini noti supponuntur, idcirco & quartus innotescet per cōmune documentum numerorum proportionaliū. Proinde auferemus ipsam z q, ab recta z p, & relinquetur nota p q, æqualis sinui recto quæsitæ declinationis. Et arcus igitur declinationis per tabulam sinus recti notus euadet. Rursum latitudine septentrionali existente, circuli cuiusdam per conceptam stellam ducti, cui ijdem poli cum mundo sunt, communis sectio esto recta g h: eius autem qui per eandem stellā transit, sed Eclipticæ æquidistat, communis sectio esto z K, vt in quarta figuratione. Igitur arc⁹ z f, æqualis e differentiæ maximę declinationis Eclipticæ, & complementi latitudinis stellæ. Deducatur à puncto z, super rectam g h, perpēdicularis z x: igitur recta ipsa linea z x, quartus terminus proportionalis fiet memoratæ pro-

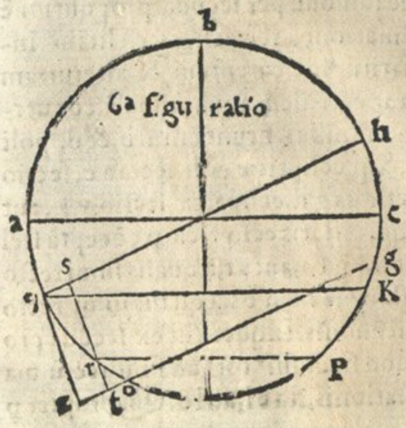


portionis. Porro supponatur sinum rectum cōplementi differentiæ duorum prædictorum arcuum, quorum vnus est maxima eclipticæ declinatio, alter vero complementum latitudinis stellæ, ipsi perpendiculari z x, æqualē esse. Dico rectam lineam g h, sectionem Aequatoris esse: propositamque stellam declinatione carere. Nam si non est recta g h, æquatoris sectio, erit igitur alia, vel supra, vel infra, verumtamen ei æquidistans vt necesse est per 16. propositionē 11. libri. Esto huiusmodi linea recta e n, quæ rectam z x in puncto i, secet. Igitur quoniam anguli ad x, recti sunt, anguli quoque ad i, recti erunt, per 29. propositionem primi. At vero arcus e f, inter polum mundi & æquatorem quadrans est, idcirco arcus e z, complementū erit arcus z f, & recta i z, eius sinus rectus. Erat autem per hypothesim recta z x, æqualis sinui recto complementi arcus z f, æquales igitur inter se i z, z x, per communem sententiam, pars & totum, quod est impossibile. Non potest idcirco æquator colurum secare supra g, nec etiam infra propter idem incommodum: secabit igitur cum super recta ipsa linea g h. Quapropter propositam stellam declinatione carere necesse est. Præterea ponamus latitudine sicut in cæteris septentrionali existente, differentiaq; prædicta z f, circulum ductum per conceptam stellam æquatori æquidistantem, secare vt in quinta figuratione planum coluri super recta linea r t, communi eorum sectione: sinūque rectum complementi arcus z f, esse lineam z y, quā producemus in rectum donec secet rectam lineam r t, in puncto v. Erit igitur quartus terminus proportionis recta linea z v, quæ quidem rectā z y, superabit differētia y v æquali sinui recto arcus g r. Est autem ipse arcus g r, ęqualis declinationi stellæ: æqualesq; arc⁹ æquales sinus rectos habent, per ea quæ in primo lēmate demōstrauimus: idcirco sublata recta z y, ab recta z v, quarto termino, quoties ea minor inuenta fuerit, recta y v, æqualis sinui recto declinatio-



clinationis stellæ nota relinquetur:& declinatio deniq; per tabulā sinus recti innotescet. Necesse est autē huiusmodi declinationē Australem esse. Nā recta z v, quartus proportionis terminus non posset superare rectā z y, sinū rectū arcus z g, nisi circulus æquidistans æquatori p stellā ductus, colurū secaret infra g h. Porro latitudine existēte Australi in eisdē figurationib⁹ propositū assequemur. Sed ponemus pūctū b, esse polū eclipticæ Australē: f, vero polū mūdi Antarcticum: longitudoq; stellæ cōputabitur ab initio Capricorni, secundum signorum consequentiam, aut contra: & inuenta declinatio oppositam denominationē habebit priori.

Aliter quoque quēadmodum proposuimus stellarum declinationes, earū longitudines atq; rectæ ascensiones inueniri possunt: idq; via parum à prima diuersa. Nam si latitudo septentrionalis fuerit, tres primi proportionis termini minime variabūtur, quartus etiā intactus seruabitur, propterea quod vn⁹ idēq; arcus cōplemētū latitudinis stellę nūcupabitur, & distātia eius à polo eclipticæ septētrionali. Quare quū ita acciderit, vna eadēq; demōstratio fiet. Sed si latitudo australis fuerit, minorq; arcu maximæ declinationis, in eisdē figurationib⁹ propositū demōstrabitur: dūmodo in eis intelligatur circulum æquidistantem eclipticę per cōceptā stellā venientem, secare colurū inter a, & g, pūcta. At vero habeat proposita stella latitudinem australē, æqualēque arcui maximæ declinationis. Ponemus rursum punctū b, esse polū eclipticæ septentrionalē, a c, sectionē eclipticę at q h, æquatoris sectionem: a, initiū Cancri: c, finē Sagittarij: sectio circuli æquidistantis eclipticæ per stellam venientis esto q k: recta autē o g, sectio æquidistantis æquatori qui per eam quoq; ducitur: extēdatur præterea hęc ad partem o, & in eam à puncto q, perpendicularis deducatur q z, vt in sexta figuratione. Igitur q z, erit quart⁹ proportionis terminus æqualisq; sinui recto arcus q o declinatiōis nēpe australis propositæ stellæ: quod p 34. propōnem primi facile ostēdi poterit, deducta prius perpēdiculari à pūcto o, in q h. Denique ponamus conceptā stellā latitudinē australē habere, maiorē arcu maximæ declinationis: sectio circuli æquidistantis eclipticæ per eam venientis esto r p: sectio æquidistātis æquatori per eam quoque venientis, sit o g: in quā à pūcto r, perpendicularis deducatur r t: ipsa deinde perpēdicularis deducta extendatur, donec occurrat rectæ q h, super s, puncto. Igitur r t, erit quartus proportionis terminus: arcus vero q r, excessus quo stellæ latitudo arcū a q, maximæ declinationis superat: recta r s, eius sinus rect⁹: totaq; ipsa s t, ex his duabus rectis lineis cōst.. s æqualis est sinui recto arcus o q, declinationis stellæ, vt iterū per 34. propositionem primi demōstrari poterit. Quapropter quarto portionis termino cognito, iūgemus eū sinui recto differentiæ latitudinis stellæ & maximæ declinationis eclipticæ: numerus enim conflatus sinus rectus erit quæsitæ declinationis: & ipsa igitur declinatio per tabulam sinus recti innotescet.



Cæterum si proposita stella latitudine caruerit, multò facilius eius declinationē supputabimus. Secunda enim propositione demōstratū habetur, quod sicut sinus totus ad sinū rectū maximæ declinationis eclipticę, sic rectus sinus arcus distantiæ stellæ latitudine carentis à sectione vernali aut autūnali, ad sinū rectū suæ declinationis. Igitur p cōmune documētū numerorū proportionaliū ex cognita stellæ distātia, ei⁹ decinationē, & vicissim ex declinatiōe distātiā qua ab alterutra sectiōe abest eliciem⁹.

Per latitudinem quoque & declinationem stellæ, eius longitudinē ab initio Cancri secundum signorum consequentiā aut contra facile supputabim⁹. Nā latitudine existēte septētrionali, si eius complementū æquale proponatur arcui maximæ declinationis eclipticæ, vt in prima figuratione, auferemus à sinu toto sinum rectū declinationis, & relinquetur quart⁹ proportionis terminus notus. Sed si inæquale fueritq; declinatio borealis vt in secūda & tertia, auferem⁹ à sinu recto cōplemēti differētiæ ipsorū arcuū inæqualiū sinum rectū ipsius declinationis borealis propositæ, & relinquetur quartus terminus notus. At vero si rursum inæquale, & declinatio australis proponatur vt in quīta, adijciemus sinui recto complementi prædictæ differentiæ sinum rectum propositæ declinationis australis: & conflabitur quartus terminus notusq;. Demū si inæquale & stella decli-

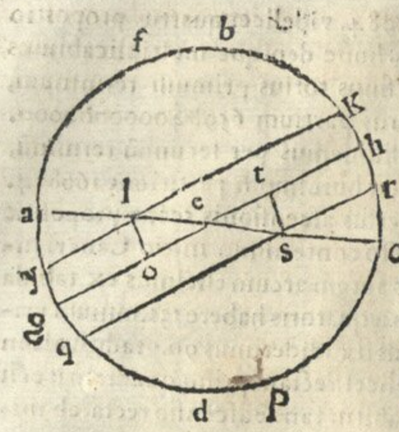
D

clinatione caruerit vt in quarta, ipse quartus terminus erit sinus rectus cōplementi prædictæ differentiæ. Quū igitur quartus termin⁹ quolibet horū modorū notus euaserit, multiplicabimus eū in primum, & productū diuidemus per secundū & prodibit tertius terminus notus, videlicet sinus versus longitudinis stellæ ab initio Cancri secundū signorum consequentiam aut contra, igitur eius arcus per tabulam sinus innotescet. Et consimili prorsus modo si latitudo Australis extiterit, quartus proportionis terminus inuestigabitur: eumq; in primum perducendo & productum per secundum diuidendo, prodibit tertius terminus, nempe sinus versus lōgitudinis stellæ ab initio Capricorni supputatæ secundum signorum successionem aut contra: per tabulam igitur sinuum arcus ipse longitudinis notus euadet.

Correlarium.

Et quoniā quotidie per solis radiū meridianum altitudo poli supra horizontē deprehendi potest. & per eius cognitionē nocturno tempore stellarum declinationes indagari possunt, vt quinta propositio docuit, earumque latitudines haud quaquam variantur. Hinc manifestum est quonam modo veræ stellarum longitudines quauis nocte inueniri debeant.

Versum per declinationē & latitudinē stellæ cognitā, rectam eius ascensionē in eisdē figurationibus inuestigabimus, nominibus tantū permutatis: b, punctū intelligemus polū mūdi Arcticū: f, polum Eclipticæ proximū: a c, sectionē æquatoris: g h, sectionē Eclipticæ: rectā f i, primæ figurationis, sectionem circuli ducti per centrū corporis stellæ æquatoriq; æquidistantis: sed K l, sectionem circuli æquidistantis eclipticæ, per centrū quoq; stellæ venientis: & cōsimili modo in cæteris figurationibus. Quoties igitur declinatione boreali existente, eius cōplementū æquale proponatur maximæ declinationi eclipticæ vt in prima, auferemus à sinu toto sinū rectū latitudinis stellæ, nēpe rectā e n, & relinquetur quart⁹ terminus notusq;. Sed si inæquale, & non solum declinatio borealis fuerit, verūetiam latitudo vt in secunda & tertia, auferemus à sinu recto complemēti differentiæ maximæ declinationis & complemēti declinationis stellæ, sinū rectū latitudinis, rectā videlicet p q, & relinquetur quartus terminus notus. At vero si rursus inæquale, & latitudo proponatur australis vt in quinta, adijciemus sinui recto cōplementi prædictæ differentiæ rectam y v, sinū rectū propositæ latitudinis & colligetur quartus proportionis terminus notus. Demū si inæquale & proposita stella latitudine cauerit vt in quarta, ipse sinus rectus complementi prædictæ differentiæ erit quart⁹ terminus. Quum igitur quartus proportionis terminus quolibet horū modorū notus euaserit, multiplicabimus eū in quadratū sinus toti⁹ primū proportionis terminū, productū diuidemus per eū numerū qui fit ex ductu sinuū rectorū maximæ declinationis eclipticæ & cōplemēti declinationis stellæ, qui quidē secūd⁹ proportionis terminus statuitur, & prodibit ex ea partitione tertius proportionis terminus not⁹, sinus versus videlicet ascēsionis rectæ ab æquatoris pūcto initio Capricorni coorienti inchoatæ: igitur per tabulā sinuū, ascēsionis arc⁹ innotescet. Cōputabitur autē huiusmodi arcus secundū motū diurnū si stella ipsa in eis signis quæ à principio cācri in finē Sagittarij descendūt, posita fuerit: sed cōtra si in signis ascēdētibus. Simili processu si declinatio stellæ australis proponatur ascēsionē rectā inuestigabimus: sed ea sumet initiū à pūcto æquatoris principio cācri coorientī: cōputabiturq; secūdū motū diurnū si stella ipsa reperta fuerit in signis semicirculi ascēdētis: cōtra vero si in reliquis signis semicirculi descēdētis. Cæterū si proposita stella declinatione caruerit, vt in septima figuratione, ascēsionē eius rectā inuestigabim⁹ per latitudinē, quēadmodū per secūdā propositionē ex sola declinatione, arcū eclipticę elicim⁹ inter stellam latitudine carentem & alterutram sectionem aut vernalem aut autūnalē, conuersis tantum nominibus. Erunt enim b, & d, poli æquatoris: f, & p, eclipticæ poli, recta a c, sectio ęquatoris: reliqua g h, eclipticæ sectio: y k, aut q r, sectio æquidistātis eclipticæ p cōceptā stellā ducti. Erit itaq; l o, aut s t, æqualis sinui recto latitudinis stellæ: e l, aut e s, æqualis sinui recto arc⁹ rectæ ascēsionis. Liquet aūt ex secūda propositione quod sicut sin⁹ tot⁹ ad sinū rectū maximę declinationis, ita e l, ad l o. Quapropter p



commune documētũ numerorũ proportionalium ex primo secũ do & quarto termino cognitis, terti⁹ innotescet: & arc⁹ ipse ascēsionis rectę per tabulā sinuũ cognit⁹ quoq;. Cōputabitur autem huiusmodi arcus à proxima æquatoris & eclipticæ sectione. Hæc præterea septima figuratio accommodari poterit ad rectam ascensionem stellæ latitudine carentis inuestigandam, quod per quartā præcedentem figurationem sub maioribus numeris supputare docuimus. Esto enim a b c d, circulus æquinoctialis: diameter g h, sectio Coluri per puncta tropica venientis: recta y K, sectio circuli cuiusdam ipsi Coluro æquidistantis, qui per stellam ducitur: recta a c, sectio circuli declinationis ipsius conceptæ stellæ. Igitur per ea quæ in primo lemmate demonstrauimus, arcus y g, æqualis erit arcui Eclipticæ inter stellam & punctum tropicum: perpendicularis vero l o, æqualis sinui recto eiusdē arcus: deinde recta e l, æqualis sinui recto complemēti declinationis propositæ stellæ: siquidem declinationis circulus colurum & ei æquidistantem secat: sunt autem huiusmodi communes sectiones rectæ quædam lineæ ad planũ æquatoris perpēdiculares, super punctis e, l, quarum vna terminatur ad mundi polum, altera ad conceptam stellam: porro arcus a g, est ascensio recta ipsius stellæ à puncto æquatoris proximo puncto tropico contermino supputata, ad motum mundi aut contra. Quoniam vero in triangulo e l o, sicut sinus totus ad sinum rectum arcus anguli l e o, ita recta e l, ad rectam l o: per lemma sextæ appendicis: ipse autem angulus l e o, arcui a g, subtenditur: erit idcirco sicut sinus totius ratio ad sinum rectæ ascēsionis stellæ, ita ratio sinus recti complemēti declinationis eiusdem stelæ ad sinum rectum arcus eclipticæ quo eadē à puncto tropico abest. Quapropter multiplicabimus quartũ terminum in primũ additione sola quinque ziphrarũ: productũ diuidemus per tertiũ, nēpe sinũ rectũ cōplementi declinationis: & numerus prouenicns sinus rectus erit arcus a g, ascensionis videlicet stellæ. Propterea per tabulam sinuum ascensio ipsa cognita fiet.

Reliqua quoque pars huius sextæ propositionis quæ longitudines refert semper ad caput Cancri, huiusmodi inquisitioni rectæ ascensionis accommodari potest, nominibus etiam commutatis.

SEd horũ omniũ quæ demōstratione stabilita sunt, nonnulla subiungemus exēpla. Supponamus Spicam virginis locũ habere in decimo octauo minuto primo decimi septimi gradus libræ: duos etiā gradus latitudinis australis: oporteatque eius declinationem inuenire. Sinus rectus graduum 88. quos habet complementum latitudinis, partes continet 99939. qualium sinus totus habet 100000. Sinus vero rectus maximæ declinationis eclipticæ partes habet 39874: horum duorum numerorũ ductus 3984967686. nempe secūdus memoratę proportionis terminus: arc⁹ lōgitudinis ab initio Capricorni supputatus cōtra signorũ successionē gradus cōtinet 73. minuta prima 42. eius sin⁹ versus 71934 tertius terminus. Igitur multiplicabimus hunc tertiũ terminũ in secũdũ, & fiet ex ipsa multiplicatione 286654665524724. hūc numerum diuidemus per quadratũ sinus totius primum terminum, sola abiectione decē vltimarũ figurarũ: & prouenient ex ea partitione 28665. & vnius partis fere dimidium, quartus scilicet proportionis terminus. Quoniā vero differētia maximæ declinatiōis eclipticæ & cōplemēti latitudinis predictæ stellæ grad⁹ habet 64. & $\frac{1}{2}$ huius differētiæ cōplemētũ gradus cōtinebit 25. & $\frac{1}{2}$, cuiusquidē sinus rectus 43051. Et quia quart⁹ proportiōis termin⁹ 28665. minor est quā 43051. sinus rectus cōplemēti prædictæ differētiæ, latitudoq; propositæ stellæ australis existit: eius quoq; declinatio australis erit: auferem⁹ itaq; vnũ numerũ ab altero, & relinquētur 14386. quē deniq; numerũ sinũ rectũ esse

 quæsi-

quæsitæ declinationis necesse est, iuxta secundæ figurationis demonstrationem: huic respondent in tabula sinuum rectorum, gradus octo & minuta prima 16. quos habebit australis declinatio Spicæ virginis.

Præterea supponamus stellam luminosiorẽ lancis septentrionalis Libræ gradus octo habere, minuta vero prima 30. latitudinis septẽtrionalis: itẽ gradus septẽ, minuta 18. declinationis australis: oporteatq; eius verũ locũ indagare. Igitur cõplemẽtũ latitudinis gradus habet 81. minuta 30. eius sinus rectus partes semidiametri cõtinet 98901. sinus rectus maximę declinationis eclipticæ 39874: horũ duorũ numerorũ ductus 3942578474. secũdus proportionis terminus. Differẽtia maximę declinationis & cõplemẽti latitudinis gradus habet 58: huius differẽtię cõplemẽtũ gradus 32: eius sinus rectus partiũ erit 52991. Et quoniã latitudo est borealis, declinatio vero australis vt in quinta figuratione adijciemus ipsis 52991. sinũ rectũ declinationis propositæ stellæ partes videlicet 12706. & cõflabitur quartus proportiõis termin⁹ 65697: hunc multiplicabimus in quadratum sinus totius primum proportionis terminum, & fient 656970000000000. hic deniq; numerus diuidetur per secundum terminum, & prodibit ex ea partitione tertius, nempe 16666. sinus versus longitudinis stellæ ab initio Cãcri inchoatæ: porro huic numero respondet in tabula sinuũ, arcus graduũ 131. primorũq; minutorũ 48 quibusdã secũdis minutis additis. Igitur proposita stella collocabitur iuxta premissas hipotheses intra minutũ quadragesimũ nonũ, duodecimi gradus signi Scorpij. Eius autẽ ascẽsionẽ rectã hoc modo supputabimus: cõplemẽtũ declinationis gradus habet 82. minuta prima 42: huius arcus sinus rect⁹ partes 99189: porro hũc numerum multiplicabimus in 39874. sinum rectũ maximæ declinationis eclipticæ, & fiẽt 3955062186 nempe secundus proportionis terminus. Deinde à gradibus 82. minutis primis 42, cõplemẽti declinatiõis propositę stellæ auferemus gradus 23 minuta prima 30. maximæ declinationis, & relinquentur gradus 59. minuta prima 12. differẽtiæ: hui⁹ præterea differẽtiæ cõplementũ gradus cõtinebit 30. minuta prima 48. quorũ sinus rectus partes habet 51204. cui quidẽ numero adijciemus 14780, sinũ rectũ latitudinis stellæ, iuxta demõstrationẽ quintæ figurationis, quia declinatio borealis existit & latitudo australis: & cõflabitur ex eis numerus partiũ 65984. videlicet quartus proportionis terminus: hunc denique multiplicabimus in quadratũ sinus totius primum terminum, & fiet numerus partium 6598400000000. Eum igitur diuidemus per secundũ terminũ, & prodibũt ex huiusmodi partitione 166834. nẽpe sinus versus ascensionis rectæ propositæ stellæ à puncto contermino initio Cancri inchoatæ. Eius autem arcum elicimus ex tabula sinuũ gradus æquatoris habere 131. minuta prima 56: quibus si addiderimus 90. gradus, ascensionem videlicet rectam primi quadrantis eclipticæ, conflabitur tandẽ ascensio recta ab initio Arietis inchoata graduum 221. primorum minutorum 56. quam ipsa luminosior stella lãcis septentrionalis Libræ habet.

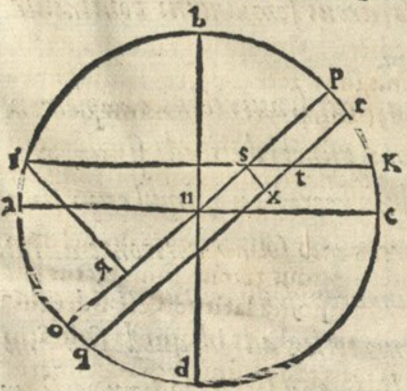
Et per reliquam quoque partem propositionis quæ longitudines sẽper refert ad caput Cãcri, haud lõgiore syllogismo declinationes supputari possunt, hoc videlicet modo. Habeat Canis maior gradus 39. minuta prima 10. latitudinis australis: lõgitudinis vero ab initio Cancri gradus 7. minuta 18: oporteatq; eius declinationem metiri. Igitur cõplementũ latitudinis gradus habebit 50. minuta 50: huius arc⁹ sinus rectus partes habet 75531: hunc numerũ multiplicabimus in 39874. sinũ rectum maximæ declinationis, fietq; 3011723094. nempe secundus proportionis terminus. hunic præterea perducemus in 811. sinum versum graduũ 7. minutorum 18. quos habet distantia propositæ stellæ à capite Cancri, tertiũ videlicet proportionis terminũ, numerũq; productũ 2442507429234. per quadratũ sinus totius primũ terminũ diuidemus, decẽ vltimas figuras abijciẽdo, & prouenient ex huiusmodi partitione partes semidiametri 244. At quoniã latitudo ipsius stellæ ad austrũ subijcitur, maiorq; quã sit arcus maximæ declinationis eclipticæ gradibus 15. minutis 40. horũ graduũ & minutorũ sinum rectum 27004 cum 244. quarto termino in vnã summam colligemus fientq; 27248: huic numero respondent in tabula sinus recti gradus 15. minuta 49. quos necesse est habere Canis maioris declinationẽ iuxta præmissas hipotheses. Nos enim stellarum loca quibus in his exemplis vsi sumus, ex vulgata ephemeride accepim⁹, perinde ac vera essent: & si non dubitemus fixa ipsa sydera longius progressa esse, quàm Alfonsinus Abacus demonstret: in qua quidem re Albategnij opinionem, sicuti multis obseruationibus deprehendimus, quam proxime ad veritatem accedere putamus. Sed de his aliâs:

Propositio. VII.

Dierum ac noctium, & Crepusculorū magnitudines, in quouis Horizonte obliquo breuissimo calculo computare.

DIerum ac noctium & crepusculorum lōgitudines, multis modis inuestigari possunt: attamen is nobis perplacet, quem in istis figurationibus excogitauimus, quia cæteris facilior, veramq; rei ipsius imaginem refert. Igitur sinū rectū altitudinis meridianæ solis quā ex declinatione eius & altitudine poli eliciemus, in sinum totū multiplicabimus: productū numerū diuidemus per sinū rectū cōplemēti altitudinis poli, & prodibit ex ea diuisione numerus quidā, quē perducemus in sinū totū, productū vero diuidemus per sinū rectum cōplemēti declinationis puncti eclipticæ dati, & prodibit ex ea partitione sinus versus arcus semidiurni. Igitur arcus ipse semidiurnus per tabulā sinuū innotescet: hūc auferem⁹ à duodecim horarū spatio, & relinquetur nota magnitudo seminocturni. Porro crepusculi longitudinem ita supputabimus: sinum rectum graduum decem & octo perducemus in sinum totum, productum numerum diuidemus per sinum rectum complementi altitudinis poli eiusdem horizontis obliqui, & eū numerū qui ex huiusmodi partitione prouenerit adijciemus illi numero qui ex prima partitione prodijt, cōpositū autē ex eis perducemus in sinum totum, productū denique diuidemus per sinum rectum complemēti declinationis propositi puncti eclipticæ, & prodibit ex ea partitione sinus versus cuiusdā arcus, qui longitudinem arcus semidiurni complectitur simul cum crepusculo: igitur totus huiusmodi arcus innotescet. Quapropter auferemus ab hoc magnitudinē arcus semidiurni, vt longitudo crepusculi nota relinquatur. Atque vt hanc operationem per verissima euidentissimaq; mathematicæ artis principia demōstremus, sextæ appendicis figuratio resumatur, in qua circulus a b c d, circa centrum n, descriptus meridianus existit: recta a c, communis sectio æquinoctialis & ipsius meridiani: i K, com-

munis sectio paralleli descripti à sole ad diem: o p, sectio horizontis obliqui: q r, sectio circuli ei æquidistantis sub quo sol illuminare incipit superum hemisphærium apud initium crepusculi matutini: puncta s, t, intersectiones rectæ i K, cū o p, q r, & ex puncto i, super recta linea o p, horizontis sectione ad rectos angulos recta i R, deducatur: præterea ex pūcto s, super q r, recta s x. Deinde triāgulū rectāgulū i R s, cōtemplabimur, in quo sicut sin⁹ rectus anguli i s R, ad sinum totū, ita recta i R, ad rectam i s. At vero āgulus i s R, notus existit, nempe



æqualis angulo altitudinis æquatoris: & recta i R, sin⁹ rectus altitudinis meridianæ nota quoque, igitur per commune documentum numerorum proportionalium, recta i s, sinus versus arcus semidiurni, in partibus semidiametri maximi circuli sphæræ nota fiet: & quoniā in eisdem partibus dimidium diametri i K, videlicet sinus rectus complementi declinationis puncti dati, nota est: ratio igitur semidiametri paralleli puncti dati, ad sinum versum arcus semidiurni innotescet. Propterea supponemus huiusmodi semidiametrum partes æquales habere 100000. & per commune documentum numerorum proportionalium recta i s, sinus versus arcus semidiurni, in eisdem partibus cognita erit: igitur & arcus ipse semidiurnus notus: hūc auferemus à semicirculo, & nota relinquetur magnitudo arcus seminocturni. Rursum triangulum s t x, rectum habet angulum s x t, angulū vero x t s, angulo altitudinis æquatoris æqualem, notumque: præterea latus s x, sinum rectū graduum 18. quibus sol ab horizonte distat notum: igitur simillimis argumētis prioribus, recta s t, innotescet: quare tota i t, nota reddetur, quæ certè sinus versus existit arcus compositi ex arcu semidiurno, & arcu longitudinis crepusculi. Quamobrem ab eo arcu auferemus arcum semidiurnum notum per priores syllogismos, & relinquetur nota longitudo crepusculi, quod demonstrasse oportuit.

 Proposi-

Propositio. VIII.

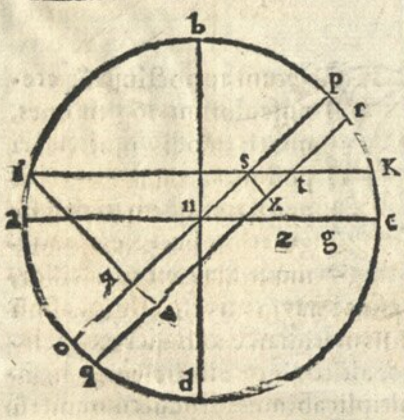
Sicut sinus rectus complementi declinationis pũcti dati, ad sinũ rectũ altitudinis meridianæ, ita quadratum sinus totius ad id quod sub sinu recto altitudinis æquatoris & sinu verso arcus semidiurni continetur rectangulum.

Præterea sicut sinus rectus complementi declinationis puncti dati, ad sinum rectum altitudinis meridianæ, simul cum sinu recto eius arcus quo sol ab horizonte distat apud initium crepusculi matutini, ita quadratum sinus totius ad id quod sub sinu recto altitudinis æquatoris, & sinu verso arcus compositi ex arcu semidiurno, & arcu longitudinis crepusculi rectangulum continetur.

Aliter. Sicut quadratum sinus totius ad rectangulum contentum sub sinu recto altitudinis æquatoris & sinu recto complementi declinationis puncti dati, ita sinus versus arcus semidiurni, ad sinum rectum altitudinis meridianæ.

Item. Sicut quadratum sinus totius ad rectangulum contentum sub sinu recto altitudinis æquatoris, & sinu etiam recto cõplementi declinationis puncti dati, ita sinus versus arcus compositi ex arcu semidiurno & arcu crepusculi, ad rectam quandam lineam compositam ex duobus sinibus rectis, quorum vnus est altitudinis meridianæ, alter vero eius arcus quo sol ab horizonte distat in initio crepusculi matutini.

REpetatur enim præcedentis propositionis schema. Et quoniam recta i s, sinus versus est arcus semidiurni in dato parallelo, esto in recta a c, æquatoris diametro, recta a z, sinus versus ei proportionalis. Proinde quemadmodũ superius demõstrauimus, sicut i s, ad i R, ita sin⁹ totus ad sinum rectũ altitudinis æquatoris:



& sicut dimidiũ diametri i k, ad rectam i s, ita semidiameter æquatoris, hoc est ipse sinus totus ad rectam a z, sinum versum arcus semidiurni, per lemma appendicis quintæ. Quare ea ratio quam habet dimidiũ diametri i K, ad i R, ex duabus rationibus composita erit, quarum vna eadem est ei rationi, quam habet sinus totus ad sinum rectum altitudinis æquatoris, altera vero eadem ei, quam idem ipse sinus totus ad sinum versum arcus semidiurni habet. Atqui ex eisdem duabus rationibus conficitur ratio quadrati sinus totius, ad rectangulum contentum sub sinu recto altitudinis æquatoris, & sinu verso arcus semidiurni, per 23. propositionem sexti libri Euc. igitur sicut dimidium diametri i K, sinus videlicet rectus complementi declinationis concepti puncti eclipticæ, ad rectam i R, sinum rectum altitudinis meridianæ, ita quadratum sinus totius, ad id rectangulum quod sub sinu recto altitudinis æquatoris, & sinu verso arcus semidiurni continetur: quod demonstrasse oportuit. Itaque quoties metiri libuerit, iuxta præsens documentum longitudinem arcus semidiurni, per tabulam subijcientem sinum totum partium æqualium 100000. adijciemus sinui recto altitudinis meridianæ concepti puncti, ziphras decem, numerum productum diuidemus per sinum rectum complementi declinationis eiusdem puncti. Deinde numerum qui ea partitione prodierit, diuidemus per sinum rectum altitudinis æquatoris, numerus enim qui ex hac secunda partitione prouene-

prouenerit, sinus versus erit arcus semidiurni concepti pũcti, pro data eleuatione polari: per tabulam denique sinuum, arcus ipse semidiurnus notus habebitur.

Sed vt secundum demonstremus, producatur recta linea i R, vsque ad punctum v, in recta linea q r. Et qnoniam recta linea i t, sinus versus est arcus compositi ex semidiurno & arcu crepusculi in dato parallelo, esto in diametro æquatoris recta a g, sinus versus arcus ei proportionalis in ipso æquatore. Erit igitur sicut i t, ad i v, ita sinus totus ad sinum rectum arcus anguli altitudinis æquatoris. Præterea sicut dimidium diametri i k, nempe sinus rectus complementi declinationis puncti dati, ad rectam i t, ita a n, sinus totus, ad rectam a g, sinum versum arcus compositi ex semidiurno & arcu crepusculi. Quapropter ratio sinus recti cõplementi declinationis puncti dati, ad rectam i v, quę quidem ex i R, sinu recto altitudinis meridianæ constat, & ex R v, sinu recto arcus distãtiæ solis ab horizonte apud initium crepusculi matutini, ex duabus rationibus componi intelligetur: quarum vna eadem est ei quam habet sinus totus ad sinum rectũ altitudinis æquatoris: altera vero eadem ei quam ipse sinus totus habet ad sinum versum arcus compositi ex semidiurno & arcu crepusculi. Atqui ex his duabus rationibus conficitur ratio quadrati sinus totius, ad rectangulum contentum sub sinu recto altitudinis æquatoris. & sinu verso arcus compositi ex semidiurno & arcu crepusculi per 23. propositionem sexti Euc. igitur sicut sinus rectus complementi declinationis puncti dati, ad rectam compositam ex sinibus rectis altitudinis meridianæ & arcus distantiæ solis ab horizonte apud initium crepusculi matutini, ita quadratum sinus totius ad id quod sub sinu recto altitudinis æquatoris, & sinu verso arcus compositi ex semidiurno & arcu crepusculi rectangulum continetur: quod secundo demonstrasse oportuit. Proinde ad mensurandũ longitudinem crepusculi, sinus rectos altitudinis meridianæ & arcus distantiæ solis ab horizonte, in vnum colligemus: numero ex eis cõposito decem ziphras adijciemus, conflatũque numerum per sinum rectum complementi declinationis puncti dati diuidemus, & numerũ qui ex huiusmodi partitione prouenerit, per sinum rectum altitudinis æquatoris diuidemus: numerus enim qui ex hac secunda partitione prodierit, sinus versus erit arcus compositi ex semidiurnõ & arcu crepusculi. Ipse vero integer arcus longitudinem temporis complectitur, ab initio crepusculi matutini ad meridiem vsque, idcirco auferemus ab eo spatium temporis semidiurni, & relinquetur nota crepusculi intercapedo.

Reliquorum vero duorum documentorum demonstrationes in hũc modũ fient. Est enim sicut sinus totus ad sinum rectum altitudinis æquatoris, ita recta i s, ad rectam i R, sinum rectũ altitudinis meridianæ: præterea sicut sinus totus ad sinum rectum complementi declinationis puncti dati, ita sinus versus arcus semidiurni, ad rectam i s. Ratio itaque sinus versi arcus semidiurni ad sinum rectum altitudinis meridianæ, ex eisdem rationibus composita intelligetur, quas quidem habet sinus totus & ad sinum rectum altitudinis æquatoris, & ad sinũ rectum complementi declinationis propositi puncti. Hæ autem eam conficiunt rationem, quam quadratũ sinus totius habet, ad id quod sub sinibus rectis altitudinis æquatoris & complementi declinationis rectangulum continetur: igitur sicut sinus versus arcus semidiurni ad sinũ rectum altitudinis meridianæ, ita quadratum sinus totius ad rectangulum contentũ sub sinibus rectis altitudinis æquatoris, & complementi declinationis propositi puncti, quod demonstrasse oportuit. Proinde lodgitudinem arcus semidiurni propositi pũcti in quouis horizonte, iuxta hanc demonstrationem, hoc modo inueniemus: sinui recto altitudinis meridianæ adijciemus ziphras decem: conflatum numerũ diuidemus per eũ qui fit, ex ductu sinus recti altitudinis æquatoris, in sinum rectum cõplementi declinationis dati puncti: numerus autem qui ex ea partitione prouenerit, sinus versus erit arcus semidiurni concepti puncti in dato horizonte.

Præterea quoniam manifestum est ex superioribus demonstrationibus, quod sicut sinus totus ad sinum rectum altitudinis æquatoris, ita recta i t, ad rectam i v, conflatam ex sinibus rectis altitudinis meridianæ puncti dati, & arcus distantiæ solis ab horizonte apud initium crepusculi matutini: item sicut sinus totus ad dimidium diametri i k, sinum videlicet rectũ complementi declinationis propositi puncti, ita a g, sinus versus arcus compositi ex semidiurno & crepusculino, ad rectam i t. Igitur ratio quadrati sinus totius ad rectangulum contẽtum sub sinibus rectis altitudinis æquatoris. &

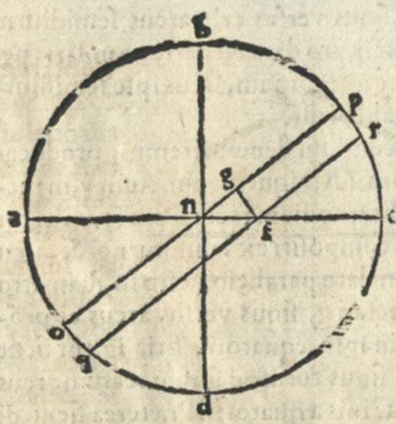
compl-

complementi declinationis dati puncti, eadẽ est ei rationi quam habet sinus versus arcus cõpositi ex semidiurno & crepusculino, ad rectã compositam ex sinibus rectis altitudinis meridianæ & arcus distãtiæ solis ab horizõte apud initium crepusculi matutini. Et per hãc quoq; magnitudinem crepusculi hoc modo supputabimus: numero composito ex sinibus rectis altitudinis meridianæ & arcus distantiæ solis ab horizonte, adijciemus decem ziphras: conflatum numerum diuidemus per eum qui fit ex ductu sinus recti altitudinis æquatoris, in sinũ rectum complementi declinationis dati puncti: numerus autem qui ex ea partitione prodierit, sinus versus erit arcus compositi ex semidiurno & crepusculino: igitur auferemus ab arcu integro arcum semidiurnum, & relinquetur crepusculi longitudo.

Propositio. IX.

Sole obtinente æquinoctialia puncta, in horizonte obliquo crepusculi longitudinem computare. Etenim sicut sinus totus ad sinum rectum altitudinis æquatoris, ita sinus rectus longitudinis crepusculi (cum sol pũcta æquinoctialia tenet) ad sinum rectum arcus distantiæ solis ab horizonte, apud initium crepusculi matutini.

Sinum rectum distantiæ solis ab horizõte perducem⁹ in sinum totum, productũ diuidemus per sinum rectũ altitudinis æquatoris, numerus enim qui ex huiusmodi partitione prouenerit, sinus rectus erit longitudinis crepusculi, cum sol æquinoctialia puncta ingressus fuerit. Ad hoc demonstrandum vtemur precedenti figuratione: & intersectionem rectarum q r, a c, nota f, signabimus, à qua quidem super recta linea o p, rectam f g, ad rectos angulos deducemus. Igitur in triangulo f g n, sicut sinus totus ad sinum rectum anguli f n g, qui æqualem arcũ habet arcui altitudinis æquatoris, ita recta n f, ad rectam f g, æqualem sinui recto arcus distantiæ solis ab horizonte in initio crepusculi: est autem recta n f, parallela sinui recto arcus crepusculi, p vltimã partẽ 28. propositionis primi libri Eucl. idcirco ei æqualis p propositionem 34. eiusdẽ libri primi.

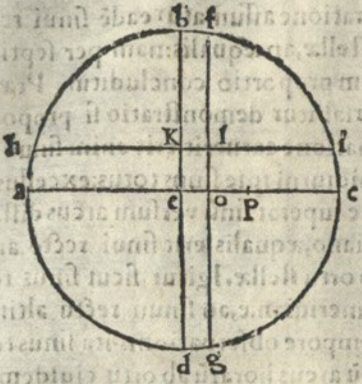


Itaque per septimam propositionem quinti, vt sinus totus ad sinum rectum altitudinis æquatoris, sic sinus rectus longitudinis crepusculi, ad sinum rectum arcus distantiæ solis ab horizonte in initio crepusculi matutini aut fine vespertini. Quapropter numerus qui fit ex ductu secundi termini proportionis in tertium, ei qui fit ex ductu primi in quartum æqualis erit, per 16. propositionẽ sexti libri Euc. aut 19. septimi. Igitur si primum in quartum perduxerimus, & productum ex eis per secundum diuiserimus, tertij termini longitudo nota prodibit: per tabulam denique sinuũ arcus ipse crepusculi innotescet.

Propositio. X.

In locis sub æquatore circulo positis crepusculi longitudinem metiri. Etenim sole in ipso æquatore existente, arcus distantiæ solis ab horizonte recto, cum illustrare incipit superum hemisphærium, matutini crepusculi longitudo fit. Verum extra æquinoctialem circulum constituto, sicut sinus rectus complementi declinationis, ad sinum rectũ arcus distantiæ ab horizonte recto, ita sinus totus ad sinum rectum arcus longitudinis crepusculi.

Circulus enim a b c d, circa centrum e, descriptus esto meridianus, recta a c, sectio æquatoris b d, sectio horizontis recti: f g, sectio eius circuli æquidistantis horizonti



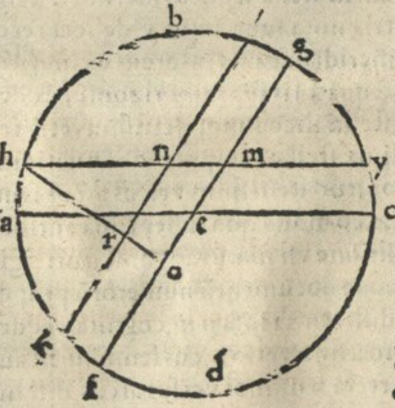
zonti recto, qui initiū crepuſculi matutini, aut veſpertini finem diffinit: h, i, ſit ſectio paralleli deſcripti à ſole, extra æquinoctialem conſtituto: huius autem rectæ lineæ & rectarū b d, f g, interſectiones, ſint puncta k, l, rectarū vero a c, f g, interſectio dicatur o. Manifeſtum eſt cum ſol puncta æquinoctialia ingreſſus fuerit, motuque diurno æquatorem circulum deſcripſerit, quod vnus idemq; arcus erit diſtantia eius ab horizonte recto in verticali circulo, & ipſiꝰ æquatoris arcꝰ qui crepuſculi lōgitudinē diffinit: eritq; recta e o, æqualis ſinui recto huiuſmodi arcus. Sed eſto iam ſol extra æquatorē, eūq; parallelū deſcribat, cuius diameter h i. Igitur recta K l, æqualis erit ſinui recto arcus b f, æqualis quoque ſinui recto arcꝰ longitudinis crepuſculi, in deſcripto parallelo per 34. propoſitionem primi libri. Eſto itaque recta e p, ſinus rectus proportionalis arcus in æquinoctiali circulo: igitur ſicut h K, ſemidiameter concepti paralleli ad ſinū rectū arcus crepuſculini in eodē ipſo parallelo, ita a e, ſemidiameter æquatoris ad e p, ſinum rectum arcus longitudinis crepuſculi ei proportionalis. Idcirco ſicut h K, ad ſinū rectū arcꝰ b f, ita a e, ad e p, per ſeptimā propōnē quinti: atqui ꝑ ea quæ oſtēſa ſunt in primo lēmate b f, & diſtātia ſolis ab horizōte recto apud initiū crepuſculi, æquales arcus ſunt, æqualesq; ſinus habēt: propterea ſicut a e, ſinꝰ totꝰ ad e p, ſinū rectū magnitudinis crepuſculi, ita h K, ſemidiameter cōcepti paralleli, nēpe ſinus rectus cōplemēti declinationis loci ſolis, ad ſinū rectū eiꝰ arcꝰ, quo ipſe ſol abeſt ab horizōte recto, apud initiū matutini crepuſculi, aut veſpertini finē, per eandē ſeptimā propoſitionē quinti. Quare perducemus in ſinū totum ſinū rectū arcus diſtantiæ ſolis ab horizōte: productū diuidemus per ſinū rectum cōplementi declinationis cōcepti puncti: numerus enī ꝗ ex huiuſmodi partitione prodierit, ſinꝰ rectꝰ erit arcꝰ lōgitudinis crepuſculi: igitur & arcꝰ cui reſpōdet ꝑ tabulā ſinꝰ recti īnoteſcet.

Propoſitio. XI.

Arcum ſtellæ ſemidiurnū & eius diſtantiā à meridiano inuenire. Sinus enim rectus altitudinis meridianæ cuiuſuis ſtellæ eandē habet rationē ad ſinū rectū altitudinis eius tēpore obſeruationis, quā ſinus verſus arcus ſemidiurni eiuſdē ſtellæ ad exceſſum quo ipſe ſuperat ſinū verſum diſtantiæ à meridiano.

Aliter. Sicut ſinus verſus arcus ſtellæ ſemidiurni ad ſinū verſū arcus diſtātiæ eiuſdē à meridiano, ita ſinus rectus altitudinis meridianæ ad exceſſū quo ipſe ſuperat ſinum rectum altitudinis quam ſtella ipſa habet tempore obſeruationis.

CIrculus a b c d, circa centrū e, deſcriptus eſto meridianus. Diameter a c, ſectio æquatoris: recta h y, ſectio paralleli deſcripti à concepta ſtella: recta f g, ſectio horizontis obliqui, in quo ipſa concepta ſtella ortū habet atq; occaſū: recta denique k l, ſectio circuli cuiuſdā horizōti æquidiſtantis, ꝗ ꝑ eādē ſtellā tempore obſeruationis deſcribi intelligitur: pūcta autē in quibus recta h y, rectas f g, K l, ſecat, ſint m n. Manifeſtū eſt ex 19. propōne primi libri The. & 11. Eu. rectas lineas cōmunes ſectiones, in quibꝰ planū cōcepti paralleli horizōtē & ei æquidiſtātē ſecat, ſuper pūctis m, n, plano deſcripti meridiani ad rectos āgulos eſſe. Igitur rectos āgulos faciēt ꝑ ſecūdā diffinitionē ūdecimi cū recta h y, quā ex

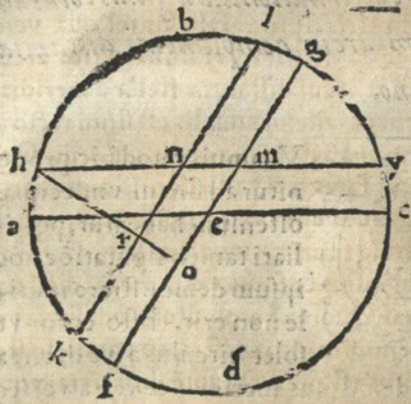


prædicta 19. cōstat descripti paralleli diametrū esse. Quapropter ea quæ super m, ad pūctū exortiuū terminabitur, & ad occiduum ex altera parte. Itaque per ea quæ in primo lēmate demōstrauimus, vtraq; eius portio sinus rect⁹ erit tam arc⁹ stellæ semidiurni, quā seminocturni: alterius vero sectionis cōis portio pūctui n, & obseruatæ stellæ interiacēs, arc⁹ vtriusq; distātię à meridiano sin⁹ rectus erit in descripto parallelo. Proinde supponemus b, polū mūdi esse semper apparentē: fietq; recta h m, sinus versus arcus semidiurni, & m y, reliqua pars diametri, sinus versus arc⁹ seminocturni cōceptæ stellæ: recta vero h n, sinus versus arc⁹ distantiæ ab h, pūcto meridiei: at n m, differētia sinuū versorū arcus semidiurni & arcus distātiæ eiusdē stellę à pūcto meridiei. Deducatur autē ab ipso h, pūcto in recta f g, ad rectos āgulos recta linea h o, secās K l, in r, pūcto. Igitur ipsa h o, sinus rect⁹ erit arcus h f, altitudinis meridianæ: recta porro o r, æqualis sinui recto arcus l k, qui æqualis existit altitudini stellæ supra horizōtē tēpore obseruationis. Deinde triangulū contēplabimur h o m, cuius quidē latera h o, h m, recta n r, basi parallela, in pūctis n, r, secat. Quapropter p secūda propositionē sexti & cōpositā proportionē, sicut h o, sinus rect⁹ altitudinis meridianæ, ad o r, sinū rectū altitudinis stellæ tēpore obseruationis, ita h m, sinus versus arcus semidiurni ad n m, differētiā ipsius h m, & h n, sinus versi arcus distantiæ stellæ à pūcto meridiei. Horū quatuor tria nota sunt, sinus videlicet rect⁹ altitudinis meridianæ nā eius arcus ex notitia eleuationis æquatoris supra horizontē, & declinationis stellæ ilico innotescit: sinus etiā rectus altitudinis stellæ tempore obseruationis notus supponitur: item sinus versus arcus semidiurni stellæ, eo modo quo in septima aut octaua propositione vsi sumus cognoscitur: igitur per cōmune documentū numerorū proportionalium, differentia ipsa n m, cognita reddetur. Hāc vero à sinu verso arcus semidiurni auferemus: & recta h n, sinus versus arcus distantiæ stellæ à meridiei pūcto nota relinquetur: & arcus ipse per tabulā sinuū denique notus fiet, quod inuestigandum proposuimus. Rursum cō simili probatione, aut per quartam sexti illucescet, quod sicut h m, sinus versus arcus semidiurni ad h n, sinum versum arcus distantiæ stellæ à meridiano, ita h o, sinus rectus altitudinis meridianæ ad h r, excessum quo ipsa h o, superat rectam o r, sinum rectum altitudinis stellæ tempore obseruationis. Nihil autē interest an o r, in demonstratione assumatur eadē sinui recto altitudinis stellæ, an æqualis: nam per septimā quinti eadem proportio concluditur. Præterea nihil variabitur demonstratio si proposita stella declinatione caruerit: erit enim sinus versus arc⁹ semidiurni ipse sinus totus: excessus autem quo ipse superat sinū versum arcus distantiæ à meridiano, æqualis erit sinui recto arcus horarum ab ortu stellæ. Igitur sicut sinus rect⁹ altitudinis meridianæ, ad sinum rectū altitudinis stellæ tempore obseruationis: ita sinus totus ad sinū rectū arcus horarū ab ortu eiusdem stellæ. In sphera quoque recta propositio vera est nam vna eadēque recta linea sinus rectus erit altitudinis meridianæ, & sinus versus arcus semidiurni in descripto parallelo: reliqua vero quæ differentia existit inter sinus versos arcus semidiurni, & arcus distantiæ stellæ à meridiano in eodem parallelo, æqualis est sinui recto altitudinis quā habet tēpore obseruationis. Quapropter sicut sinus rect⁹ altitudinis meridianæ ad sinum rectum altitudinis stellæ tempore obseruationis: ita sinus versus arcus semidiurni ad differētiam ipsius & sinus versi arcus distātiæ à meridiano. Quoniā vero huiusmodi sinus versus arcus semidiurni, in descripto parallelo stellæ sinus totus est, prædicta autē differētia æqualis est sinui recto arcus horarum ab ortu stellæ in eodem parallelo: idcirco in sphæra recta semper quemadmodum in sphæra obliqua, quum proposita stella declinatione caret: nēpe sicut sinus rectus altitudinis meridianæ, ad sinum rectum altitudinis stellæ tempore obseruationis, ita sinus totus ad sinum rectum arcus horarum ab ortu eiusdem stellæ.

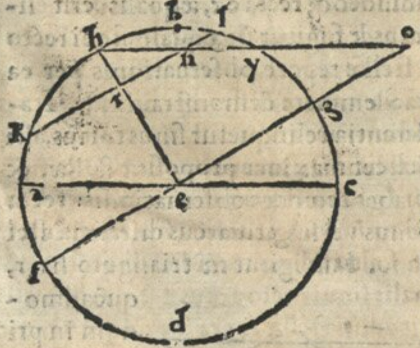
Propositio. XII.

¶ *Proportio differentiæ sinuum rectorum altitudinis meridianæ solis aut stellæ, & eius quam habet tempore obseruationis, ad sinum versum arcus distantiæ à meridiano, est sicut proportio rectanguli contenti sub sinibus rectis complementi declinationis eiusdem stellæ & complementi altitudinis poli: ad quadratum sinus totius.*

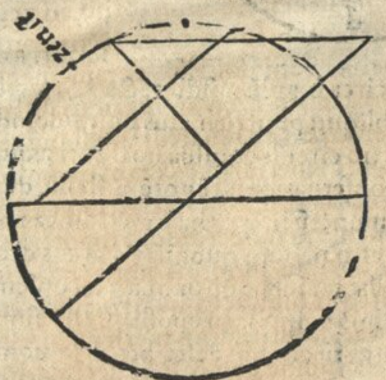
Repetatur præcedens figuratio: & contemplemur triangulum r h n, in quo angulus h r n, rect⁹ est per 29, propositionē primi: angulus autem h n r, æqualis angulo g e c, complementi altitudinis poli per eandem. Igitur per lēma sextæ appendicis sicut h r, ad h n, ita sinus rectus complemēti altitudinis poli ad sinum totum. Atqui sicut ipsa recta linea h n, sinus versus distantiæ stellæ á meridiano in descripto parallelo, ad sinum versum arcus huiusmodi distantiæ proportionalis in æquatore, ita semidiameter descripti paralleli nempe sinus rectus cōplemēti declinationis eius dē stellę, ad semidiametrum æquatoris sinū videlicet totum per lēma quintę. Quapropter per 23 propositionem sexti



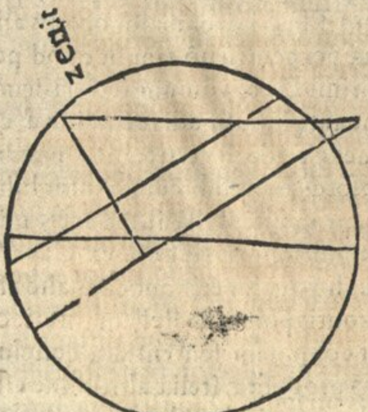
sicut h r, ad sinū versum arc⁹ æquatoris proportionalis arcui paralleli distantiæ stellæ á meridiano, ita rectangulū contētū sub sinibus rectis cōplementi altitudinis poli & cōplementi declinationis eiusdē stellæ, ad quadratum sinus totius. At vero recta ipsa linea h r, differentia est sinuum rectorum altitudinis meridianæ & ci⁹ quam tempore obseruationis eadem stella habet: igitur sicut differentia sinuum rectorū duarum prædictarū altitudinum ad sinū versum distantiæ stellæ á meridiano, ita rectangulum cōtentū sub sinibus rectis cōplementi altitudinis poli, & cōplemēti declinatiōis eiusdē stellæ ad quadratū sinus totius. Præsens autē propositio in vniuersum vera est, siue proposita stella in dato horizōte ortū habeat atq; occasū, siue super eū integrā reuolutionē perficiat. Stella enī quæ declinationē habet maiorē cōplemēto altitudinis poli supra horizontē, tota nocte verti cernitur circa polū, si regio & stella ipsa ad eandem partē vergant, nempe aut ad boream, aut ad austrū. Verūtamē duas altitudines meridianas eā singulis diebus habere necesse est: alterā maximā: alteram minimā. Maxima erit, quū vel stella ipsa in polo horizōtis cōstituta fuerit, vel ab eo minimum recesserit: minima vero quūmaxime. Quapropter sinus rectus eius altitudinis quam stella habet obseruationis tēpore, ex sinu recto maximæ altitudinis meridianæ subtrahi debet, vt primus proportionis terminus relinquatur. Porro distantia á meridiano ad eā partē supputanda est, in qua meridies esse solet: velut ex ipsa demōstratione liquet. Esto enim vt in precedenti circul⁹ a b c d, cui⁹ cētrū e, meridianus: diameter a c, sectio ęquatoris: recta h y, sectio paralleli descripti á cō



ceptā stella circa b, polū mūdi: recta f g, sectio horizōtis obliqui: punctū h, eius polus: deinde recta k l, sectio circuli cuiusdā horizōti æquidistātis, qui obseruationis tēpore p stellā duci intelligitur: punctū in quo hæc recta linea rectā h y, secat esto n. Itaq; quoniā y c, arcus declinationis stellæ, maior ponitur quā g c, cōplemētum altitudinis poli, ipsa proposita stella supra horizōtē integrū circulū describet. Et quoniā ea transire ponitur per polū horizōtis, maximā altitudinē circuli quadrantē habebit, cū ad h, peruenerit: minimā vero arcū g y, cū ad y, pūctū: in quo rursus descripti paralleli circūferētia meridianū secabit. Hoc enim ex eo cōstat, qđ recta h y, ipsi⁹ paralleli diameter est per 19. propositionē primi Theo. igitur maior quauis alia recta linea quæ per centrū nō transit quod per 20. propōnē primi Eu. & cōmunē sētētiā demōstrabitur. Sunt autē huiusmodi rectæ lineæ cōmunes sectiones circulorū verticaliū & prædicti paralleli: ipsosq; arcus subtēdūt q inter h, horizōtis polū & propositā stellā interiacēt: igitur per 27. propositionē tertij Euc. ex Cāpani traditiōe, arcus h y, maior erit quocūq; alio arcu inter horizontis polum & stellam interiecto. Quare per cōmunem sententiam concludemus minimā propositæ stellæ altitudinē esse sub arcu g y. Agatur aūt semidiameter e h, quā secet K l, in pūcto r: & extēdantur h y, f g, donec cōcurrēt ad o. Quoniā itaq; parallelæ sunt a c,h o,in eas incidēs recta linea e o,alternos āgulos h o e,o e c,æquales faciet,per 29. propoſitionē primi Euc.eſt autem angulus h n r,exterior ipſi angulo h o e,interiori æqualis per eandem:igitur per cōmunē ſentētiā angulus h n r, angulo o e c,complemētū altitudinis poli ſubtēdēti æqualis eſt. Atqui anguli quos e h, facit cum f g,recti ſunt per 10.propoſitionem primi Theo.& ſecundā diffinitionē vndecimi Euc. Igitur anguli ad r,recti erūt per ipſā 29. propoſitionē primi:ideoq; recta e r, æqualis erit ſinui recto arcus k f,igitur & æqualis ſinui recto altitudinis ſtellæ tēpore obſeruationis per ea quæ in primo lemmate demonſtrauimus. Itaque h r,differentia relinquetur ſinus totius,altitudinis videlicet maximæ propoſitæ ſtellæ, & eius quam habet tempore obſeruationis: recta autem h n,ſinus verſus erit arcus diſtantiæ ſtellæ á meridiano. Iam igitur in triangulo h n r,



quēadmodum in prima figuratione,propoſitā proportionem concludemus.Proinde ſiue polus horizōtis collocetur inter ęquatorē & ſtellæ parallelum,ſiue inter hūc & polū apparentē demonſtratio generalis eſt, vt in ſubiectis figurationibus licebit inſpicere: in quibus per propoſitiones 28.& 29. ſecūdi libri Theo.

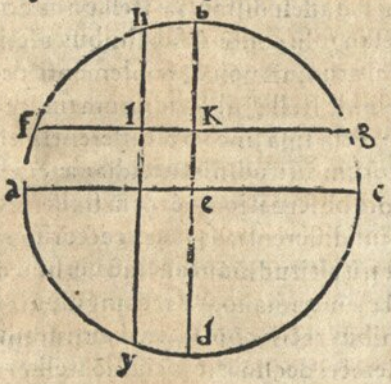


liquido conſtat,alterā altitudinē meridianā maximam eſſe: alteram vero minimā. Aduerte qđ ſi propoſita ſtella declinatiōe caret nihil opus eſt cōpoſitione proportionū:deducta enim in prima figuratione à pūcto a,perpendiculari recta linea ſuper fg, perſpicuum erit per lēma ſextæ appēdicis & præmiſſas hipotheſes atq; conſtructiones,differentiam ſinuum rectorum altitudinis meridianæ & eius quam ſtella ipſa habet obſeruationis tempore,eandem habere rationem ad ſinū verſum diſtantiæ à meridiano,quam ſinus rectus complementi altitudinis poli ad ſinum totū.

Propoſitio. XIII.

In horizonte recto,ſicut ſinus rectus altitudinis meridianæ,cōplemēti ve declinatiōis ſolis aut ſtellæ,ad ſinū rectū altitudinis quā habet tēpore obſeruationis.ita ſinus totus ad ſinū rectum arcus complementi diſtantiæ à meridiano.

Quamuis quod hic proponitur ad finem vndecimæ oſtenſum habeatur, peculiari tamen figuratiōe hoc ipſum demonſtrare inutile non erit. Eſto enim vt ſolet circulus a b c d, circa centrum e,deſcriptus meridianus:recta a c, ſectio æquatoris:b d,ſectio horizōtis recti: fg, ſectio paralleli deſcripti à ſole aut ſtella:h y, ſectio circuli æquidiſtātis ipſi horizonti recto, qui per ſolem aut ſtellam obſeruatā ipſo obſeruationis tēpore trāſit:ſecet autem recta fg, rectas h y,b d,in punctis l. K. Igitur per ea quæ ſuperius demonſtrauimus,recta f K,ſinus rect' erit cōplementi declinationis, aut altitudinis meridianæ eiuſdē ſtellæ,nempe arcus f b. Quoniam vero recta l K,æqualis eſt ſinui recto arcus b h,idcirco æqualis etiam erit ſinui recto altitudinis aſtri obſeruationis tempore, per cōmunem ſententiā. Atqui eadem ipſa f K, ſemidiameter eſt deſcripti paralleli,ſinusq; totus:et l K,æqualis ſinui recto arcus diſtantiæ ſtellæ



ab

ab exortu,aut ab occasu,seu complementi distantiæ à meridiano in eodem hoc ipso parallelo.Quapropter per septimam propositionem quinti,sicut sinus rectus altitudinis meridianæ complementi ve declinationis solis aut stellæ, ad sinum rectum altitudinis quam habet tempore obseruationis,ita sinus totus ad sinũ rectum complementi distãtiæ à meridiano, quod erat demonstrandum.

Propositio. XIIII.

Ex altitudine solis aut stellæ cognitæ supra horizontem horam diei æqualem elicere: & vicissim ex hora cognita altitudinem solis aut stellæ indagare.

Interdiu ex altitudine solis, eius distantiam à meridiano per præcedentes supputabimus.Noctu vero ex altitudine stellæ atque declinatione cognitis, similiter distantiam eius à meridiano inquiremus:sed eam semper computabim⁹ à meridiano ad stellam ordine cõtrario ei quo mundus incedit,siue ea ad ortum vergat, siue ad occasum:ita enim regularũ multiplicatione liberabimur. Vt si stella distet ad occasum gradibus 40.auferemus eos à 360. relinquẽtur gra.320.quibus obseruata stella distare dicetur à meridiano ad eam partem ad quam motu proprio zodiacus ducitur, sed in contrariam partem primi motus.Deinde ascensiones rectas solis & stellæ per sextam propositionẽ supputabimus:ex eisdemque colligemus, quanto arcu æquatoris sol distet ab obseruata stella,secundum ordinem signorum.Nam dum ascensio recta solis maior reperitur ascensione recta stellæ,earum differentia,quæsita ascensionalis distantia est:sed si minor,ascensionum differẽtia de toto circulo dempta,quæsitam distantiã notam relinquit.Iam vero has ambas distantias in vnam summam colligemus,videlicet distantiam stellæ à meridiano,& distantiam solis ab ipsa stella:compositus enim arcus si integro circulo minor fuerit,aut quod ab eo relinquitur dempto circulo,si maior: distantia solis erit à meridiano,à meridie ad solem secundum signorum ordinem supputata:hora igitur ignorari nõn poterit.Quoties autem ascensio recta stellæ, ascensioni rectæ solis æqualis inuenta fuerit,sol & stella æqualiter à meridiano distabunt,& ad easdem mundi partes aut ad ortum aut ad occasum. Et quoties suarum rectarum ascensionum differentia , semicirculus fuerit, distantia stellæ à puncto meridiei,distantiæ solis ab angulo mediæ noctis ęqualis fiet,& econtrario,sed ad oppositas partes.Hinc elicitur ratio conficiendi horariũ vniuersale nocturnũ, per distantiam alicuius stellarum semper apparentium à meridiano.

Sed quum ex cognito numero horarũ æqualium,altitudinem solis aut stellæ propositæ inuestigare libuerit: principio ex notitia arcus semidiurni loci solis,& arcus dati tẽporis, perpendemus sit ne datum ipsum tempus diurnũ, an nocturnum.Si diurnum,per 12. propositionem altitudinẽ solis cognoscem⁹. Habet enim eam rationem quadratum sinus totius,ad rectangulum contentum sub sinibus rectis complementi declinationis solis, & complementi altitudinis poli,quam sinus versus arcus distantiæ solis à meridiano,ad differentiam sinuũ rectorum altitudinis meridianæ,& eius quam sol ipse habet obseruationis tẽpore.Igitur per cõmune documentum numerorum proportionalium ex primis tribus terminis notis, quartus innotescet.Itaque subtracto quarto ipso termino ex sinu recto altitudinis meridianæ,quã quotidie ex altitudine poli & solis declinatione scimus,sinus rectus altitudinis solis quæ dato tempori respondet,notus relinquetur:igitur eius arcus per tabulam sinuum cognitus erit. At vero si datum tempus nocturnum esse inueniatur,numerum horarum in gradus conuertemus:& ex eorum numero distantiam solis à meridiano,secundum ordinem signorum sumptã eliciemus:præterea distantiam ascensionalem solis ab stella nobis proposita,modo supra declarato,ex rectis ascensionibus:minoremq; distantiam à maiori subtrahemus: residuus enim arcus distantia erit stellæ à meridiano: ea quę supputabitur à meridie ad signorum successionem,si distantia solis à meridiano maior reperiatur:contra vero si minor.Iam igitur ex notitia arcus semidiurni stellæ & eius distantia à meridiamo,facile cognoscem⁹, sit ne stella ipsa sub horizonte an supra. Quod si supra horizontem reperiatur,atq; in angulo mediæ noctis constituta, minimam altitudinem habere pronunciabimus,vt in 12. propositione ostẽsũ

 est:

est:eamq; relinqui necesse est, complemento declinationis stellæ ex altitudine poli sublato: verum hoc eis tantum quæ semper apparent ac cidere potest. Porro si proposita stella nihil à meridiano distare inueniatur, eius altitudinẽ meridianam maximamq;, per conuersionẽm quartæ aut quintæ propositionis inquiremus. Alibi autem dum modo supra terram, ex distantia inuenta, per 12. propositionem eius altitudinem cognoscemus. Harum omnium supputationum rationes neminem puto esse astrologiæ adeo ignarum, qui ex se absque præceptore intelligere non posit.

Iam in exemplo hæc omnia faciliora videbuntur. Habeat sol gra. 20. mi. 12. declinationis borealis: eleueturq; supra horizontẽ Olyssipponensium gra. 36. & oporteat iuxta doctrinam præsentis propositionis antemeridianum tempus aut pomeridianum supputare. Quoniam eleuatio poli arctici in eo horizonte gradus habet 38. mi. 40. idcirco altitudo æquatoris gra. habebit 51. minu. 20. his addemus gra. 20. minu. 12. declinationis solis: & conflabitur arcus graduum 71. minu. 32. altitudinis meridianæ: huius sinus rectus partes continet 94850. ab hoc autẽ numero auferemus 58778. sinum rectum gra. 36. altitudinis solis, & relinquentur 36072. eorum differentia: hic vero numerus vt ex 12. propositione liquet primus terminus proportionis erit: eum igitur multiplicabimus in quadratum sinus totius & fient 360720000000000. Præterea 93849. sinũ rectum complementi declinationis solis multiplicabimus in 78079. sinum rectum complementi altitudinis poli, fientque 7327636071. nempe tertius terminus: per hunc deniq; diuidemus productum ex primo in quartũ, & prodibunt 49227. sinus versus arcus distantiæ solis à meridiano, nempe secũdus terminus: huic autem in tabula respondent gra. 59. minu. 29. Igitur gra. 15. pro hora computatis, solem à meridiano distare promulgabimus ipso temporis momento, horis tribus, minutis fere 58. vnius horæ.

Præterea ponamus solem occupare initium Tauri: & distare à meridiano horis quatuor æqualibus: oporteatq; eius altitudinem inuenire. Declinatio solis per secundam propositionem supputata gradus habet 11. mi. 30. Igitur complementum eius gra. 78. mi. 30. cuius quidem complementum sinus rectus 97992. hũc porro numerum multiplicabimus in 78079. sinum rectum cõplementi altitudinis poli, fietque 7651217468. tertius proportionis terminus: hunc deinde multiplicabimus in 50000. sinum versum propositæ distantiæ solis à meridiano secundum proportionis terminum: & fient 3825608734000000. hunc denique numerum diuidemus per quadratũ sinus totius quartum terminum, decem vltimas figuras abijciẽdo: & prodibunt ex ea partitione 38256. primus videlicet terminus memoratæ proportionis. Quoniam vero huiusmodi numerus differentia est sinuum rectorum altitudinis meridianæ, & eius quam sol ipse habet quum dato tẽpore à meridiano distat: auferemus ab 88968 sinu recto gra. 62. mi. 50. altitudinis meridianæ, 38256. partes quas prædicta differentia cõtinet: relinquenturque 50712. sinus rectus altitudinis solis: huic autem numero respondent in tabula gra. 30. minuta 28. Igitur quum sol principium Tauri occupauerit, recesseritque à meridiano Olyssiponensium horis quatuor æqualibus, eleuatus cernetur supra horizontẽ ipsis gra. 30. mi. 28.

Rursus ponamus eo temporis momẽto, quo sol tenet gra. 15. mi. 13. Geminorum, Lucidam coronæ septentrionalis ad occidentem vergere, eleuarique supra horizontem gra. 41. eiusq; declinationem borealem esse, gradusq; habere 28. mi. 51. præterea ascensionem rectam habere à sectione vernali inchoatam graduum 227. mi. 44. oporteat autem ex his quota hora sit elicere. Igitur altitudo meridiana obseruatæ stellæ gradus habebit. 80. mi. 11. eius sinus rectus 98535. ab hoc auferemus 65605. sinum rectum gra. 41. & relinquentur 32930. hanc autẽ differentiam, primum proportionis terminũ, in quadratum sinus totius quartum terminum, multiplicabimus, fietque 329300000000000. Præterea 87588. sinum rectum gra. 61. minu. 9 quos habet complementum declinationis obseruatæ stellæ, multiplicabimus in 78079. sinũ rectum complementi altitudinis poli, fient 6838783452. tertius videlicet terminus memoratæ proportionis: per hunc denique diuidemus eum numerũ qui ex multiplicatione primi in quartum prodierat: venientq; ex ea partitione 48152. sinus versus distantiæ eiusdem stellæ à meridiano versus occidentem: quibus respondent in tabula gra. 58 mi. 46. Hanc itaque distantiam auferemus á toto circulo, & relinquentur gra. 301. mi. 14. quibus item distabit sol à meridiano: sed supputatio fiet in contrariam partem: habet autem ascensio recta solis gra.73.mi.57. stellæ vero gra.227. minu.44 distantia igitur ascensionalis solis ab ipsa stella gradus habebit eodem ordine sumptos 206. minu.13. Porro ex his duabus distantijs conflabitur numerus graduum 507. minu.27. à quo subinde auferemus gradus 360. totius circuli summam, & relinquentur tandem gra.147. mi.27. quibus tunc temporis sol distabit à meridiano horis videlicet 9. minut. 49. secun. 48. ante meridiem.

Præterea inquiramus eodem ipso tempore de quacunque stella, cuius declinatio & ascensio recta nota sit ex præcedentibus, sit ne sub terra, an supra, & quantam habeat eleuationē supra horizontem: verbi gratia de ea stella quę latine vocatur vociferans, arabice Alramech, cuius quidem declinatio borealis supponatur gra.21. minu.45. ascensio recta gra.207. minu. 17. Quoniam quidem ascensio recta solis gradus habet 73. minu.17. erit idcirco distantia ascensionalis gra.226, minu.40. ab his subtrahemus distantiam solis à meridiano gra.147. mi. 27. & relinquentur gra.79. minu.13 quibus cōcepta stella distabit à meridie versus occasum. Atqui vt magnitudo arcus semidiurni ipsius stellæ innotescat, multiplicabimus 92880. sinū rectum cōplemēti suæ declinationis in 78079. sinum rectum complementi altitudinis poli: & fient 7251977520. per hunc igitur diuidemus 95672000000000. qui fiunt ex ductu quadrati sinus totius in 95672 sinum rectum graduū 73, minu.5. quos habet altitudo propositæ stellæ meridiana, & venient ex partitione 131925. sinus versus arcus semidiurni eiusdem stellæ, quod octaua propositio demonstrat. Porro ipsi numero partium respondent in tabula gra. 108. minu.37. pro magnitudine arcus semidiurni: ipsa igitur concepta stella eleuata cernetur supra horizontem. Hoc etiam absque computatione arcus semidiurni ex sola declinatione elici potest. Nam quum ea borealis esse supponatur, necesse est per ea quæ superius demonstrauimus huiusmodi stellæ arcum semidiurnū quadrantem superare: habet autem eius distantia à meridiano gra.79. minu.13. igitur eleuata conspicietur supra horizontem. Verumtamen quoties distantia stellæ à meridiano quadrante maior fuerit, necesse erit arcum eius semidiurnum computare, vt perpendere possimus sit ne sub horizonte an supra. Iam igitur vt in assumpto exemplo ex cognita distantia stellæ à meridiano, eius altitudinem deprehendamus, iuxta præsentis propositionis institutū 81291. sinū versum gra.79. minu.13. quibus stella distat à meridiano, multiplicabimꝰ in 7251977520. productum ex multiplicatione sinus recti cōplementi altitudinis poli in sinum rectum cōplementi declinationis ipsius stellæ: & fient 589520504578320. hunc denique numerum diuidemus per quadratum sinus totius, prodibuntque ex ea partitione 58952. nempe differentia sinuum rectorum altitudinis meridianæ & eius quam stella habet obseruationis tempore. Igitur auferemus 58952 à 95672. sinu recto altitudinis meridianæ eiusdem stellæ, & relinquentur 36720. sinus rectus graduum 21. mi. 33. eleuationis supra horizontem.

Propositio. XV.

Longitudinē Crepusculi indagare.

IN initio crepusculi matutini aut fine vespertini, obseruetur cum Astrolabio cuius constructionem in tertia propositione docuimus, altitudo cuiusuis stellæ quæ per sextam, declinationem & ascensionem rectam cognitā habeat: & per præcedentem supputetur arcus horarum æqualium ante meridiem aut post. supputetur etiam per septimam aut octauam longitudo arcus semidiurni loci solis: differentia enim vtriusque arcus, erit crepusculi intercapedo magnitudo ve. Exemplum: Olyssippone labente anno salutis 1541. prima die mensis Octobris vesperi, sereno cœlo, ex summa vrbis arce, quum nihil splendoris iam esset in parte occidua, obseruaui stellam cordis Scorpij tendentem in occasum, eamque quinque gradibus supra horizontem eleuatam deprehendi. Et quoniam eius locus est finis quarti gradus Sagittarij, quod Albategnij sententiæ & nostris etiam alijs obseruationibus conuenit, erit idcirco eius declinatio gra.24. mi.56. ascensio recta gra.241. mi.10 proinde 8715. sinum rectum gra.5. auferemus à 44463 sinu recto gra.26. minu.24. altitudinis meridianæ eiusdem stellæ, & relinquetur differentia sinuum rectorum 35748. hanc itaq; differentiam multiplicabimus in quadratum sinus totius: productum diuidemus per eum numerum qui fit ex ductu 90679. sinus nēpe recti ti complementi declinationis prædictæ stellæ, in 78079. sinum rectum complementi altitudinis poli, & venient ex partitione 50492. sinus versus gra. 60. mi. 19. distantiæ ipsius stellæ à meridiano. Et quoniam sol occupabat eo tempore finem gradus 18. libræ, cuius ascensio recta gra. 196. mi. 35. differentia igitur ipsarum rectarum ascensionum gra. 44. mi. 35. fuit itaque distantia solis à meridie secũdum motum diurnum gra. 104. mi. 54. ab ijs detrahemus arcum semidiurnum solis, gra. 84. mi. 18. & relinquentur gra. 20. mi. 36. pro crepusculi magnitudine, nempe hora vna, mi. 22. se. 24. Verumtamen si exactæ rationis examini stare velimus hæc sũma maiuscula est quam crepusculi longitudo. Nam crepusculum vespertinum non incipit, priusquã centrum solis minutis 14. sub horizõte occultetur: oportebit igitur per octauã propositionem tempus à meridie supputare ad cẽtrum solis ipsis 14. mi. sub horizonte conditũ: hoc deinde subtrahemus ab inuenta distantia, relinqueturq; vera crepusculi longitudo.

Propositio. XVI.

Ex data longitudine crepusculi distantiã solis ab horizonte elicere.

SVperius in octaua propositione demonstratum est, quod sicut quadratum sin' totius, ad rectangulum contentum sub sinibus rectis cõplementi altitudinis poli, & complementi declinationis loci solis, ita sinus versus arcus compositi ex arcu semidiurno & arcu crepusculi, ad quandam rectam lineam cõpositam ex duobus sinibus rectis, quorum vnus est altitudinis meridianæ, alter vero eius arcus quo sol ab horizonte distat in initio crepusculi matutini, aut fine vespertini. Igitur computabimus per septimam aut octauam, magnitudinem arcus semidiurni loci solis: ei addemus arcum longitudinis crepusculi: compositi arcus sinũ versum multiplicabimus in eũ numerum qui fit ex ductu sinus recti complementi altitudinis poli in sinum rectum complementi declinationis loci solis: productum diuidemus per quadratum sinus totius: & exibit ex partitione numerus quidam partiũ diametri, à quo auferemus sinum rectũ altitudinis meridianæ solis: & relinquetur sin' rectus arcus circuli verticalis, quo centrũ solis ab horizonte abest, in principio crepusculi matutini aut fine vespertini: ipse igitur arcus per tabulam innotescet. Exemplũ: in eadem die declinatio solis est gra. 7. mi. 5. eius cõplementum gra. 82. mi. 55. cuius complementi sinum rectum 99236. multiplicabimus in 78079. sinũ rectũ cõplementi altitudinis poli, & numerũ qui ex ipsa multiplicatione prodierit multiplicabimus in 125713. sinum versum arcus compositi ex semidiurno & crepusculino, qui inuentus fuit gra. 104. mi. 54. productum vero diuidemus per quadratum sinus totius, abijciendo decem vltimas figuras, & venient 97405. ab ijs auferemus 69779. sinum rectum graduum 44. mi. 15. quos continet altitudo solis meridiana, & relinquentur 27626. pro sinu recto arcus occultationis solis ad finem crepusculi. His autem in tabula respondent gradus circunferentiæ circuli 16. minuta duo: igitur nota magnitudo arcus occultationis solis ad finem crepusculi, quod inuestigandum proposuimus.

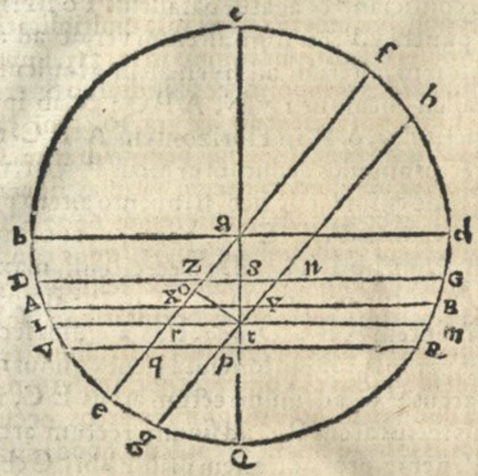
Propositio. XVII.

Rationem augmenti & decrementi crepusculorum aperire.

LOnge diuersam rationem inuenimus crepuscula seruare in augmento & diminutione à dierum & noctium progressu. Dies enim augentur semper ab initio Capricorni vsque ad Cancrum: & in ipso Arietis initio noctibus æquãtur. Crepuscula vero ab initio Capricorni minui incipiunt, & in dies minora fiunt, sensibili semper differentia, vsque ad id eclipticæ punctũ, in quo sicut sinus rectus altitudinis poli ad sinum totum, ita sinus rectus arcus occultationis solis ad duplũ sinus recti declinationis eiusdem puncti. Priusquam tamen in ipsa diminutione perueniatur ad æquatorem, ostendemus punctum eclipticæ cuius arcus crepusculinus æquabitur crepusculo æquatoris. Igitur decrescunt deinceps crepuscula, quamuis insensibili fere quantitate, vsque ad punctum quoddã eclipticæ ante initium Arietis, in quo crepusculũ

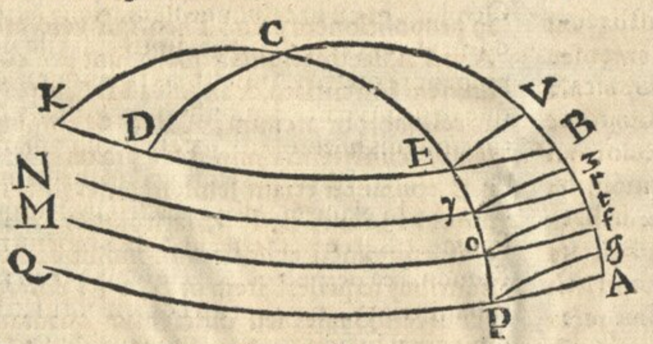
fit

fit omniũ breuissimum quod esse pôtest. Inde vero crescunt semper vsque ad Cancri initiũ. Porro omnia hæc ordinatim demõstrabimus. Præterea ipsum eclipticæ punctum inuestigabimus in hyemali quadrante, in quo crepusculum fit crepusculo æquatoris æquale: & illud quoque vltra hoc ante Arietis initium inquiremus, in quo sol breuissimum crepusculum efficit. Principio igitur describemus me-



ridianum b c d Q, super a centro, in quo e f, sectio horizontis obliqui: g h, sectio circuli ei æquidistantis: e g, aut f h, arcus occultationis solis in principio crepusculi matutini, aut fine vespertini: c Q, sectio horizontis recti habitantium sub b: ipsa b d, sectio æquatoris. Concipiamus deinde circulum quendam æquatori æquidistantẽ, venientẽ per cõmunem sectionem horizontis recti & æquidistantis horizonti: eius & meridiani communis sectio esto recta linea l t m: diuidatur a t, in duas partes æquales in puncto s, & agatur recta linea D G, per s, parallela ipsi b d: manifestũ quidem est per ea quæ in prima parte demõstrauimus, rectam a s, æqualem esse sinui recto arcus declinationis ab æquatore, eius paralleli qui diametrum habet D G, nempe sinui recto arcus b D, aut d G: excitetur autẽ à pũcto t, perpendicularis t o, in e f: & agatur alij duo paralleli, quorũ vnus secet meridianũ sup recta v R, infra l m, alter vero sup recta A B, inter D G, & l m: secet præterea e f, ipsorum parallelorum diametros super punctis x, r, q: & easdẽ secet g h, super punctis n, y, t, p. Igitur per ea quæ super quarta appendice demonstrauimus, plures gradus circũferentiæ paralleli abscindũt perpẽdiculares super p q, quã quæ super r t: & quæ super r t, plures quã quæ super x y: & quæ deniq; super his plures gradus intercludunt quàm quæ super z n. Est enim duplex ratio sensibilis diminutionis ab initio Capricorni vsq; ad eum parallelum qui diametrũ habet D G: quod ipsi circuli australiores, minores sint, & quod in eisdem ipsæ rectæ lineæ super quarũ terminis perpẽdiculares cõmunes sectiones erectæ sunt, magis distant à centris: hoc namque fuit duplex medium demonstrationis appendicis quartæ. Atqui per lẽma sextæ appendicis, sicut sinus rectus anguli t a o, altitudinis poli, ad sinum totum, ita o t, æqualis sinui recto arcus e g, occultationis solis, ad rectam lineam a t, duplam ipsius a s, æqualis nempe sinui recto declinationis puncti D, aut G: igitur ex tribus terminis cognitis, cognoscetur a t: & dimidia eius pars a s, innotescet: quapropter ex tabula sinus recti arcus b D, declinationis concepti puncti eclipticæ deprehẽdetur. Exẽpli gratia in horizonte Olysipponẽsi, sinus rectus altitudinis poli partes habet 62478. per hunc igitur numerũ diuidemus id quod fit ex multiplicatione sinus totius in 27626. sinũ rectũ arcus occultationis solis, & prodibit ex partitione 44217. huius numeri pars dimidia partes habet 22108 $\frac{1}{2}$, sinus rectus gra. 12., mi. 46. declinationis puncti D, aut G: ex declinatione autem cognita, cognoscetur per secundam punctum eclipticæ cui ea respondet, nempe grad. 3. minu. 40. Scorpij: & gra. 26. minu. 20. Aquarij. Igitur decrescũt crepuscula sensibili semper differentia, à bruma vsque ad quintam diem Februarij nostra ætate: at decrescente die augeri incipiunt augmento sensibili à 17. die Octobris. Et ex hac quoque figuratione latitudo ortus concepti puncti eclipticæ facile deprehendi potest. Manifestum est enim ex eis quę in prima parte demonstrauimus, quod sectio cõmunis horizõtis & paralleli, cuius diameter D G, perpẽdicularis est super ipsam diametrũ D G, in plano eiusdẽ paralleli, efficiturque sinus rectus arcus semidiurni & seminocturni, & quoniã ea perpẽdicularis est super plano meridiani, erit etiã sinus rectus cõplementi latitudinis ortus in horizontis plano, nẽpe eius arcus horizontis qui comprehenditur inter pũctũ e, & intersectionem circunferentiæ horizontis cum concepto parallelo. Quapropter recta linea e z, sinus versus erit complementi latitudinis ortus, & reliqua a z, æqualis sinui recto latitudinis ortus concepti puncti eclipticæ, ipsum parallelũ describẽtis cuius diameter D G. Igitur magnitudinem rectę a z, in hunc modũ inuestigabimus: quoniam angulus z a s, æqualis est angulo altitudinis poli, erit reliquus angulus a z s, æqualis angulo altitudinis æquatoris. Atqui per lemma sextæ appendicis sicut sinus rectus anguli a z s, ad sinum totum, ita a s, sinus rectus declinationis concepti puncti eclipticæ, ad rectam a z, sinum rectum latitudinis ortus eiusdem puncti: harum vero quatuor quantitatum tres primæ dantur notæ: igitur per cōmune documentum numerorum proportionalium, quarta innotescet: per tabulam itaque sinus recti; ipse arcus latitudinis ortus cognitus euadet.

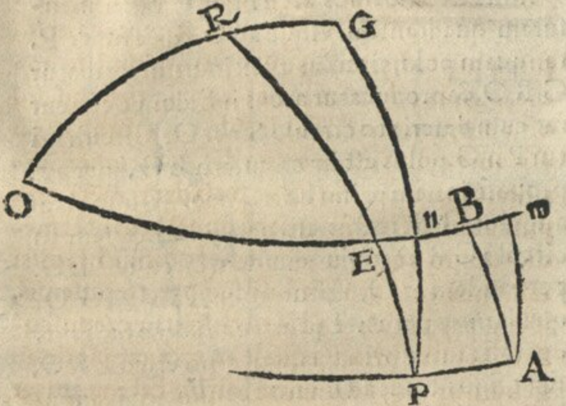
His itaque ostensis deinceps demonstrabimus, quòd non fiat cōtinua crepusculorū diminutio ad æquatorē vsq;. Quin potius priusquā sol ingrediatur Arietis initiū, in quodā eclipticæ pūcto hyemalis quadrātis, qđ statim indicabimus, crepusculū fiat æquale ei quod sol efficit in æquinoctiali circulo cōstitutus: in pūctis autē eclipticæ intermedijs, his semper minora. Quare necesse est vt finis decremēti crepusculorū sit in vno ipsorū punctorū intermediorum, in quo crepusculū fiet omniū breuissimū. Inde vero crescētibus semper crepusculis, soleq; perueniente ad Arietis initiū, crepusculū habebitur priori æquale, perpetuaq; serie augebuntur vsq; ad Cancri initiū. Esto enim cir



culus æquinoctialis B D K: obliquus horizon A B C D, & ipsum B, æquinoctialis ortus: esto præterea B E, arcus longitudinis crepusculi qđ sol facit, quum Arietis initiū occupat: veniat autem per E, punctū, horizon P E C K, priori horizōti similis, hoc est æqualis altitudinis poli, eumq; secans super C, à parte Aquilonis. Et quoniam anguli C B E, C E D, altitudinum æquatoris inter se æquales sunt, erūt igitur duo arcus B C, C E, iuncti semicirculo æquales per decimam propositionem primi libri Menelai. Atqui maior est angulus B E C, obtusus existens angulo E B C, acuto: & maior idcirco arcus B C, arcu E C, per septimam: igitur B C. quadrante maior est, & E C, quadrante minor. Assumatur itaque arcus o C, æqualis ipsi B C, vt duo arcus E C, o C, iuncti semicirculum conficiant: & agatur parallelus f o M: itē per puncta y, P, quorum alterum vergit ad æquatorem, alterum ad hyemalem tropicum, paralleli ducantur r y N, A P Q: & ab ipsis punctis E, y, o, P, in Horizontem A B C D, ad rectos angulos deducantur arcus P g, o t, y z E V: hoc enim facile fiet, si inuento altero polo horizontis A B C D, per 31. propositionem primi libri Theod. ab eo circuli maximi ducantur per puncta E, y, o, P: ij enim horizontem A B C D, ad rectos angulos secabunt per 19. propositionem. Igitur vt sinus rectus arcus P C, ad sinum rectum arcus E C, ita sinus rectus arcus P g, ad sinum rectum arcus E V, per 12. propositionem primi libri Gebri: quod etiam per superiores demonstrationes ostendi poterit. Nam per eam demonstrandi artem, qua modo vsi sumus ad ostendendum sinus rectos declinationis concepti puncti eclipticæ & suæ latitudinis ortus, eandem habere rationem quam sinus rectus altitudinis æquatoris & sinus tot⁹, vel quēadmodum ratiocinati fuimus circa inquisitionem declinationum punctorū eclipticæ, & longitudinis crepusculi æquinoctialis, manifeste liquet quod in triāgulo rectangulo sphærico, sin⁹ recti laterū & subtēsorū angulorū eodem ordine sunt proportionales: & p 23. propositionē quīti Euc. id etiā de ōni alio triāgulo cōcludem⁹: quapropter p 11. propositionē quinti, sicut sin⁹ rect⁹ arcus P C, ad sinū rectū arcus P g, ita sinus rectus arcus E C, ad sinū rectū arcus E V: igitur per permutatā sicut sinus rectus arcus P C, ad sinum rectū arcus E C, ita sinus rectus A g, ad sinum rectū arcus E V. Nec quempiam perturbari velim, quod solum circa latera minora quadrantibus occupati fuimus, quando eadem recta linea arcū minorem quadrante & quod ei deest ad semicirculū subtendit. Sed vtcuq; theorema illud demōstretur, process⁹ noster minime propterea variabitur. Itaq; sicut sin⁹ rect⁹ arc⁹

P C,ad sinum rectum arcus E C, ita sinus rectus arcus P g,ad sinū rectū arcus E V:at vero minor est sinus rectus arcus P C, sinu recto arcus E C, quia minor est sinus rectus arcus P C, quam sinus rectus arcus o C, ipsi porro arcus o C, E C, eundem habent sinum rectum: minor igitur & sinus rectus arcus P g, sinu recto arcus E V. Est autem ipse arcus E V, occultationis arcus in principio crepusculi matutini, quum sol æquatorem possidet: minor igitur P g,quā occultationis arcus quū sol parallelum A P Q, describens matutinū crepusculū inchoat. Quapropter priusquā sol motu primi cœli perueniret ad punctū P, crepusculū illius diei inchoauerat. Sunt autem omnes ipsi arcus parallelorum inter binos horizontes æqualiū altitudinum poli comprehensi arcus B E, crepusculo æquatoris proportionales: longius igitur crepusculum paralleli A P Q, vergentis ad tropicum hyemale, quàm crepusculum æquinoctiale. Verū enimuero crepusculū paralleli f o M, & crepusculū æquinoctiale æqualia esse demōstrabimus: nā vt sinus rectus arcus o C,ad sinū rectum arcus E C, ita sinus rectus arcus o t, ad sinum rectū arcus E V, atqui eadē recta linea sinus rectus est arcuum o C, E C, igitur æquales sunt interse sinus recti duorū arcuū o t, E V: idcirco æquales ipsi arcus o t, E V: propterea arc⁹ o t, occultatio solis erit in principio crepusculi matutini quū sol parallelum f o M, describit: est itaq; o f, crepusculi longitudo: at vero arc⁹ f o, B E proportionales sūt: igitur crepusculū quod sol facit, quū parallelū describit f o M, & crepusculū æquinoctiale æqualia sunt quod demonstrasse oportuit. Cæterū crepusculū paralleli r y N, & quælibet alia crepuscula eorū parallelorum, qui inter f o M & æquinoctialem circulū positi sunt, ipso crepusculo æquinoctialis minora esse necesse est: manifestum est enim per eadem principia, quod sicut sinus rectus arcus y C,ad sinum rectū arcus E C, ita sinus rectus arcus y z,ad sinū rectū arcus E V: atqui maior est sin⁹ rectus arcus y C, sinu recto arcus E C, quod y C, cōstitutus sit inter E C, & o C, arcus semicirculum conficientes: maior igitur sinus rectus arcus y z, sinu recto arcus E V. Quapropter maior erit arcus y z, quam E V: est autem E V, arcus occultationis solis in principio crepusculi matutini, ergo y z, maior ipso arcu occultationis: itaque nondum crepusculum matutinum inchoabitur, quum sol motu primi cœli peruenerit ad y: at vero proportionales sunt arcus y r, & E B, mensura crepusculi æquinoctialis: igitur breuius crepusculum efficitur quum sol parallelum describit r y N, quàm quum æquatorum possidet, au parallelum f o M, quod item demonstrandū proposuimus. Et hac etiam demonstrādi arte probabitur, quod sole existente in signis borealibus, punctis borealioribus longiora crepuscula debeantur, quod in prima parte per alia media ostensum est.

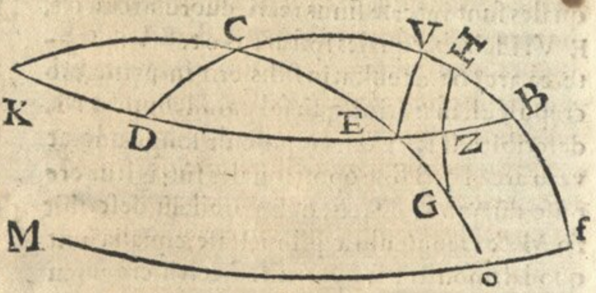
SEd priusquam reliqua prosequamur, id quod assumpsimus demonstremus: nēpe arcus circulorum æquidistantium inter similes horizontes comprehēsos, proportionales esse. Veniant enim meridiani per A, & P, secantes æquatorem super m, & n: igitur anguli ad m, n, recti p



19 propositionem primi Theo. ipsi vero arcus A m, P n, declinationis æquales sunt per communem sententiam, & anguli ad B E, æquales, at reliquorum arcuum, A B, P E, coniuncti semicircunferentia minores, præterea m B, n E, coniuncti etiam semicircunferentia minores. igitur A B, P E, latitudines ortuum eiusdem puncti eclipticæ in similibus horizontibus æquales. item m B, n E, differentiæ ascensionales seu differentiæ quadrantis & semidiurni alter alteri æquales per 16. propositionem primi libri Menelai. his itaque adiecto cōmuni arcu B n, duo arcus m n, B E, æquales fient per communem sententiam, atqui proportionalis est arcus A P, arcui m n, per ea quæ in primo lemmate demonstrauim⁹, seu per 14. propositionem secundi libri Theo. igitur proportionalis est ipse arcus A P, arcui B E. & similiter de reliquis demonstratio fiet.

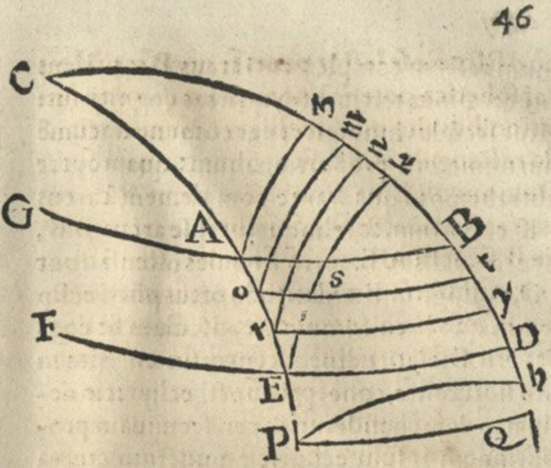
Quòd si studiose lector penes te non sint Menelai sphærica, poteris hoc ex præmissis demonstrationibus alio modo colligere. Nam in triangulo rectangulo P n E, sicut sinus totus ad sinũ rectum anguli E, ita sinus rectus arcus P E, ad sinum rectum arcus P n. Similiter in triangulo A m B, sicut sinus totus ad sinum rectum anguli B, ita sinus rectus arcus A B, ad sinum rectũ arcus A m: eadem autem est ratio sinus totius ad sinum rectum anguli E, & ad sinum etiam rectum anguli B, per septimam propositionẽ quinti Euclid. igitur sicut sinus rectus arcus P E, ad sinum rectum arcus P n, ita sinus rectus arcus A B, ad sinum rectum arcus A m, per 11. propositionem quinti Euc. porro æquales sunt ipsi arcus P n. A m: igitur per septimam & nonam eiusdem quinti libri concludemus sinus rectos arcuum P E, A B, æquales esse, & ipsos quoque arcus, quia vterque quadrante minor, æquales esse necesse est. Deinde extendemus arcus P n, P E, in mensuram quadrantum vsque ad G, R, & super P, tanquam polo, circulus maximus describatur G R O, & producatur arcus n E, donec concurrat cum descripto circulo super O. Circuli igitur P n G, polus est in circulo n E O, per 17. propositionem primi libri Theo. & quoniam angulus ad G, rectus est per 19. erit etiam in circulo G R O, polus eiusdem circuli P n G, per eandem 17: O, igitur polus, & n O, G O, quadrantes per 24. Igitur per ea quæ superius demõstrauimus, in triangulo sphærico E R O, sicut sinus totus ad sinum rectum arcus anguli O, ita sinus rectus arcus E O, ad sinum rectum arcus E R. At vero n G, arcus anguli O, complementum existit arcus P n, & ipse E O, complementum arcus n E, arcus denique E R, complementum arcus P E: quapropter sicut sinus totus ad sinum rectum complementi arcus P n, ita sinus rectus complementi arcus n E, ad sinum rectum complementi arcus P E. Itidem demonstrabitur in quocunq; alio triangulo rectangulo cuius latera quadrantibus sint minora. Iam igitur ita concludemus id quod assũpsimus: sicut sinus totus ad sinũ rectũ complemẽti arcus A m, ita sinus rectus complementi arcus n E, ad sinum rectum complemẽti arcus P E, per septimam propositionem quinti: & sicut sinus totus ad sinum rectum cõplementi arcus A m, ita sinus rectus complementi arcus m B, ad sinum rectum complementi arcus A B: igitur per 11. propositionem quinti sicut sinus rectus cõplementi arcus n E, ad sinũ rectum complementi arcus P E, ita sinus rectus cõplementi arcus m B, ad sinum rectum complementi arcus A B: idcirco per permutatam proportionem sicut sinus rectus complementi arcus n E, ad sinum rectum complementi arcus m B, ita sinus rectus complementi arcus P E, ad sinũ rectum arcus A B: æqualia autem sunt ipsorum arcuum P E, A B, cõplementa: igitur & complementa arcuũ n E, m B, inter se æqualia, & arcus n E, arcui m B, æqualis, quod per theoremata Menelai cõcisius demõstratur.

Sed redeamus ad institutũ & inquiramus pũctũ illud eclipticæ, in quo quũ sol extiterit, crepusculũ efficiet crepusculo æquinoctiali æquale. Erat autẽ in descripta figuratione arc' B E, longitudo crepusculi æquinoctialis, quod etiam debetur pũcto eclipticæ perallelũ f o M, describenti: E V, arcus occultationis solis in principio crepusculi. Et quoniam arcus E C, quadrante minor est: arcus vero o C, reliqua



pars semicirculi: describemus super puncto C, tanquam polo arcum circuli maximi C Z H, secantem æquatorem in puncto Z, ipsos autẽ horizontes super G, H. Igitur anguli ad G, H, recti sunt per 19. primi libri Theod. & arcus C G, C H, quadrantes per 24. Atqui in duobus triangulis B Z H, G Z E, anguli ad Z, cõtra positi æquales sunt, quod sola communis sentẽtia probare sufficit: anguli ad E, B, æquales etiam, quia æqualium altitudinum æquatoris in similibus horizontibus: & reliqui ad G, H, recti. Quapropter per 17. propositionem primi libri Menelai æqua sunt latera quæ æqualibus angulis subtenduntur: æquales igitur arcus C Z, Z H. Hoc idem concludemus, si (vt paulo ante) rẽ ipsam proportionibus persequamur: nam ab arcubus B C, C E, semicirculo æqualibus,

bus,& à duob⁹ H C,C G,itē semicirculo æqualibus detractis communibus H C, C E,duo arcus B H,G E,æquales relinquentur: sunt autē ipsi anguli ad Z,æquales:igitur proportionum viam progredientes arcus B Z,Z E,æquales demonstrabimus:rursus G Z,Z H,æquales. At vero in triangulo B E V,sicut decima propositio demōstrauit,vt sinus rectus anguli B, altitudinis æquatoris ad sinum totum, ita sinus rectus arcus E V,occultationis solis ad sinum rectum arcus B E:idcirco per commune documentum numerorum proportionalium,ex tribus terminis cognitis quartus cognoscetur,nempe sinus rectus arcus B E:ipse igitur arcus B E,longitudinis crepusculi æquinoctialis notus, & dimidia eius pars B Z,cognita quoque. Porro in triangulo B Z H,sicut sinus totus ad sinum rectū anguli B,altitudinis æquatoris,ita sinus rectus arcus B Z,ad sinum rectum arcus Z H: quapropter ex tribus cognitis quartus Z H, innotescet:& totus ipse arcus G H,cognitus. Quoniā vero sicut sinus rectus arcus G H,ad sinum rectum arcus E V,ita sinus rectus arcus G C,ad sinum rectū arcus E C: igitur ex tribus cognitis, quartus innotescet, nempe sinus rectus arcus E C,& ipse arcus E C,cognitus quoque: cum itaque detrahemus à semicirculo,& relinquetur arcus o C,notus: ideoque differentia o E, cognita,quæ quidem latitudini ortus quæsiti puncti eclipticæ æqualis existit. Iam igitur ex latitudine ortus cognita in dato horizōte, cognoscetur declinatio puncti parallelum f o M, describentis,& per secundam propositionem ipsum eclipticæ punctum cui ea respondet.



NVnc transeamus ad inuestigandum quantitatē breuissimi crepusculi quod in dato horizonte esse potest, & punctum eclipticæ in quo illud fiat. Esto igitur æquinoctialis circul⁹ B A G,obliquus horizon Q B C:efficiat autem sol breuissimum crepusculum, quum parallelum describit D F,& sit eius mensura arcus æquatoris A B: veniat autē per A,horizon P A C, priori similis: & ipsius crepusculi breuissimi arcus in parallelo D F,esto E D. Aio primum arcum E C,esse quadrantem. Describantur alij quiuis paralleli vt o t,r y,P Q:& deducantur in horizonte Q B C, perpendiculares arc⁹ A z,o m,r n,E K,P h. Igitur arcus E k, est occultatio solis in principio breuissimi crepusculi:sunt autem omnes ipsi arcus parallelorum inter descriptos horizontes intercepti proportionales,& breuissimum crepusculum est E D: igitur quum sol describit parallelum r y,priusquam motu primi cæli perueniat ad r, punctū matutinum crepusculum inchoat: arcus itaq; r n,circuli verticalis quo adhuc occulitur sub horizonte Q B C,minor est quam E K, solis occultatio crepusculina. Atqui sicut sinus rectus arcus E K,ad sinum rectum arcus r n, ita sinus rectus arcus E C,ad sinum rectū arcus r C: maior autem primus terminus secundo,& maior igitur tertius quarto. Similiter demonstrabitur quod ipse sinus rectus arcus E C,maior sit sinu recto arcus o C,& cuiuscunque alterius arcus quem vel in C,vel in oppositam partem, paralleli solis distingunt. Quapropter si rectus sinus arcus E C,maior existit sinibus rectis eorū arcuum quos proxima puncta collateralia finiunt,eum quadrantē esse necesse est. Iā igitur breuissimi credusculi quantitatē facile cognoscemus:secet enim arcus E k, arcum æquatoris A B,in pūcto s: manifestū est ex eis quæ paulo ante demonstrauimus,arcus A s,B s,æquales esse: rursus E s,k s,interse æquales. Quoniā vero in triangulo rectangulo s B K,sicut sinus rectus anguli B,altitudinis æquatoris ad sinum totum,ita sinus rectus arcus k s, dimidiæ occultationis crepusculinæ ad sinum rectum arcus B s,dimidiæ longitudinis breuissimi crepusculi:idcirco ex tribus terminis notis quartus innotescet,nempe sinus rectus arcus B s:per tabulam igitur sinus recti arcus B s,cognitus erit:& totus A B, cognitus quoque, propterea ipsa breuissimi crepusculi longitudo nota. Rursum in ipso triangulo rectangulo s B k, sicut sinus totus ad sinum rectum complementi arcus B K, ita sinus rectus complementi arcus k s,ad finum rectum complementi arcus B s: primus autē terminus tertius atq; quartus cogniti sūt: igitur secūdus innotescet per cōmune documētum numerorū proportionalium: quapropter subtrahemus à quadrante complementū arcus B K, cognitum,& relinquetur ipse arcus B K, aut ei æqualis A E: porro æquales ostensi sunt B D, A E, igitur B D, latitudo ortus pūcti eclipticæ in quo breuissimum crepusculum fit cognita erit. Ex latitudine autem ortus cognita in dato horizonte, concepti puncti eclipticæ declinatio deprehendetur,& per secundam propositionem ipsum eclipticæ punctum cui ea debetur. Postquā igitur quæ proposuimus geometricis demonstrationibus inuestigauimus: reliquū est vt ea omnia numeris persequamur. In primis itaq; solem æquatorem possidere ponamus,& supputemus in dato horizonte longitudinem crepusculi, exempli gratia, vbi polus arcticus eleuatur gra.38.mi.40. præterea pūctum illud eclipticæ inquiramus in quo iterū æquale crepusculū fit. Igitur multiplicabimus 27626. finum rectum occultationis solis in finum totū, productū diuidemus per 78079. finū rectū altitudinis æquatoris, & prouenient 35382. finus rectus arcus lōgitudinis crepusculi: quibus respōdent in tabula gra.20.mi.43. se 20. huius dimidium gradus habet 10.mi.21. se. 40. finus rectus, partes 17985. hūc numerū multiplicabimus in 78079. productū diuidemus in finū totū:& venient 14042. finus rectus gra.8. mi.4.se.20. igitur duplus arcus gra.16.mi.8.se. 40. eius finus rectus 27806. per hūc diuidemus eū numerū qui fit ex multiplicatione finus totius in 27626. finū rectū arcus occultationis:& venient 99353. quibus respōdent gra.83.mi.29 fere: hos auferemus à semicirculo & relinquentur gra.96.mi.31.& ab his rursus auferem⁹ gra. 83.mi.29.& relinquetur gra.13.mi.2. latitudinis ortus: eius finū rectū 22551. multiplicabim⁹ in 78079. productū diuidemus per finū totū,& venient ex partitione 17607.& dimidiū: finus rectus gra.10.mi.8.se.30. declinationis. Demū multiplicabimus in finū totū 17607. & dimidiū: productū diuidemus per 39874. finū rectū maximæ declinationis eclipticæ: & venient 44158. finus rectus gra.26, mi.12. figni Libræ: aut gra.3.mi.48. figni Pisciū. Igitur decima die mēsis Octobris & duodecima Februarij in āno cōmuni, crepuscula fiūt æqualia nostra ætate ijs quæ rursus sol efficit quū primā Arietis partē aut libræ ingressus fuerit: hoc autē in horizonte Olyssipponensi. Præterea vt longitudinem breuissimi crepusculi,& punctum eclipticæ in quo fiat cōmostremus, multiplicabimus finum totū in 13946. finum rectum graduum 8.mi.1. dimidij arcus occultationis: productumque diuidemus per 78079. finum rectum altitudinis æquatoris:& veniēt ex partititione 17861, fin⁹ rectus gra.10.mi.17.se.20. quos habet dimidia longitudo breuissimi crepusculi. Igitur breuissimum crepusculum gra.20.mi.34.se.40. Sed vt punctum eclipticæ inueniamus in quo ipsum fiat, multiplicabimus 98391. finum rectū complementi dimidiæ longitudinis crepusculi in finum totum: productum diuidemus per 99022. finum rectum complementi dimidij arcus occultationis, & venient ex partitione 99363. finus rectus gra.83 minu.32. quos habere necesse est complementum latitudinis ortus quæsiti puncti eclipticæ: his igitur detractis à quadrante relinquetur arcus latitudinis ortus graduum 6.min.28. eius autem finum rectum 11262. multiplicabimus in 78079. productum diuidemus per finum totum:& veniet 8793. finus rectus grad.5.mi.2.se.40. declinationis australis. Proinde multiplicabimus 8793. in finū totum: productum diuidemus per 39874. finū rectum maximæ declinationis: & venient ex partitione 22052. finus rectus graduum 12. mi. 44. figni Libræ, aut gra.17.minu.16 figni Piscium. Igitur breuissima crepuscula nostra ætate 26. die Septēbris & 25. Februarij in ipso horizonte Olyssipponensi. Aduertendum est autem impossibile non esse, vt in aliqua regione fiant duo crepuscula breuissima in duobus diebus continuis: vt si exēpli gratia in aliqua die anni arcus E C, esset gra.90.mi.15.& in proxima die fuisset r C, grad.89.minu.45. sed ipsos duos dies in quibus breuissima crepuscula fieri posse affirmamus, continuos non esse, prorsus impossibile est: sequeretur enim vt in die intermedia crepusculum fieret breuius breuissimo. Nec vero necesse est arcum E C, quadrantem esse, etiam si vnum tantum breuissimū crepusculum habeatur E D, in hyemali quadrante, rursus in autūnali. Sed aut quadrans erit ipse arcus E C, aut quadrante maior aut minor minima tamen differentia. Ita enim eius finus rectus maior erit finu recto cuiuscunque alterius arcus circuli P A C, qui ad C, punctū terminatur. Quamuis igitur cum semper quadrantem subijciamus, nulla propterea diuersitas ab exacta ratione fiet.

Tabula

Tabula arcuum crepusculorum ad initia signorum pro varia poli arctici sublimitate.

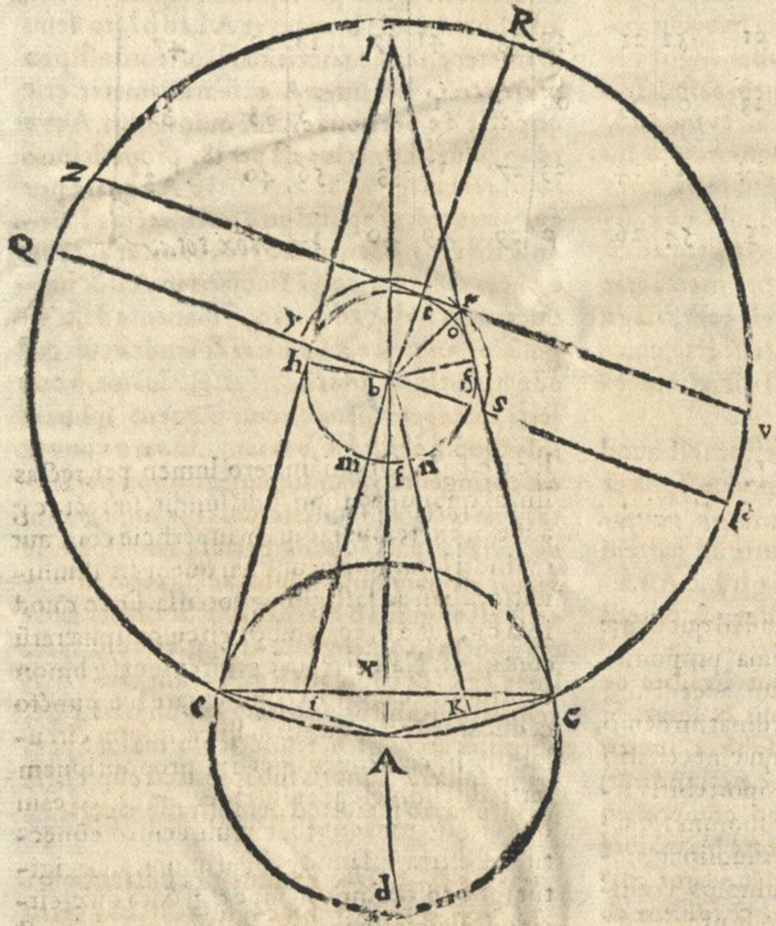
Polares elevationes.	Capri.		Sagit. Aqua.		Scorp. Pisces.		Libra. Ari.		Virgo. Taur.		Leo. Gemi.		Cácer.	
	g.	m.	g.	m.	g.	m.	g.	m.	g.	m.	g.	m.	g.	m.
30	20	5	19	35	18	46	18	36	19	33	21	16	22	15
33	20	48	20	15	19	22	19	14	20	19	22	20	23	31
36	21	37	20	42	20	5	19	58	21	15	23	38	25	5
39	22	39	21	58	20	54	20	49	22	21	25	15	27	6
42	23	51	23	4	21	52	21	49	23	41	27	19	29	47
45	25	16	24	21	23	00	23	00	25	18	30	5	33	39
48	27	1	25	55	24	21	24	23	27	16	33	56	40	3
51	29	8	27	48	25	54	26	2	29	49	40	13	*nox tota.*	

Propositio. XVIII.

Summam vaporum eleuationẽ metiri.

PRriusquam ad id quod præsens problema proponit, explorandum accedam⁹, nonnulla ordinatim demõstrabimus, quæ necessario præmittere oportebit. Primum, si luminosum sphæricum aliud sphæricum corpus illuminat, necesse est extremos radios luminosos vtranque sphæram contingere. Quod si procidẽtes radij vtrunque corpus contingunt, eos extremos esse longisimos que necesse est. Illuminet enim sphæra cuius centrum A, eam sphæram cuius centrum b: & cõnexa recta A b, agatur per eam planum vtranque sphæram secans: manifestum est ex prima primi Theo. communes sectiones plani & sphærarum circulos esse maximosque. Igitur sint huiusmodi circuli c d e, f g h. Quoniam vero lumen per rectas lineas quoquo versum se diffundit, sit recta c g aut e h, extremus radius in superficie coni aut cylindri luminosi secundum quem fit illuminatio, à basi ad fastigium protensa. Dico quod ipsa c g, aut e h, eos ambos circulos sphærarũ contingit. Nam si recta c g, circulum f g h, non contingit, secat igitur eum. Quare si à puncto c, ducatur recta quædam linea ipsum circulum f g h, contingens per 17. propositionem tertij Euclid. vel cadet inter rectam c g, & eam que c, punctum cum b, circuli centro cõnectit, vel extra ipsam c g. Si primum, duæ igitur ipsæ rectæ lineæ nempe c g, & ea quæ circulum tangit, superficiem claudent, quod est imposibile. Si detur secundum, quum per ipsam contingentem rectam lineam, & per alias quoque inter eam & c g, cadẽtes lumen diffundatur, non erit igitur c g, extremus radius: neque item longisimus. Nam quælibet aliarum remotior est, lógiorq; per octauã propositionẽ tertij. Quapropter necesse est vt recta ipsa c g, extremus radius circulũ contingat in pũcto g. Simi-

Similiter demōnſtrabitur quod contingat circulum c d e, in puncto c: ex oppoſito enim eadem incōmoda inſeruntur. Igitur extremus radius qui prodit à corpore luminoſo ſphærico in corpus ſphæricum quod ab eo illuminatur, vtrunque corpus contingit. Rurſus ponatur rectam c g, ipſos circulos tāgere ſuper pūctis c g. Dico quod radius c g, extremus erit longiſsimusque. Si non, prodeat igitur vel ad g, ab alio puncto: vel ab c, ad aliud: vel quouis alio modo, igitur duæ rectæ lineæ ſuperficiem claudēt quod eſt impoſsibile. Quare ſi recta linea vtrāque ſphæram tangat, extremus radius erit, longiſsimusque, quod demonſtraſſe oportuit.



SEcundū. Luminoſum ſphæricū ſphærici minoris pluſquam dimidium illuminat, ſub eodemque cono comprehenduntur verticem habente in minorem ſphærā. Illuminet enim ſphæra maior cuius centrum A, minorem ſphæram cuius centrum b: & connexa a b: agatur per eam planum vtranque ſphæram ſecans: ſint itaque cōmunes ſectiones ipſi circuli c d e, f g h: extremi autem radij illuminatam partem comprehendentes ſint c g, e h: portio illuminata ſit arcus g f h. Aio hanc ſemicirculo maiorem eſſe. Eſto enim punctum f, in communi ſectione rectę A b, & arcus g f h: & coniungantur A c, A e, b g, b h: præterea abſcindātur a rectis A c, A e, maioribus, e i, c k, ipſis b h, b g, minoribus æquales per tertiam primi. & coniungantur b i, b k: ſecent autem hæ arcum g f h, in punctis m n. Quoniam vero recta e h, ipſos circulos contingit per primum demonſtratum, idcirco anguli A e h, b h e, recti erūt per 18. tertij: igitur A e, b h, parallelæ per 28. primi: atqui æquales factæ ſunt e i, b h: propterea anguli A e h, i b h, æquales erūt per 34. propoſitionem primi: rectus igitur angulus i b h: quapropter arcus h m, quadrans. Similiter demōſtrabitur arcū g n, quadrantem eſſe. Tot⁹ igitur arcus g f h, ſemicirculo maior, & reliquus arcus g h, ſemicirculo minor: recta autē b f, partē circuli illuminatā in duo æqualia ſecat. Nam in duobus triāgulis A i b, A k b, duo anguli ad i, & K, puncta recti ſunt, rectæ vero A i, A K, æquales: idcirco per 47. propoſitionem primi & cōmunē ſentētià: reliqua latera ęqualia erūt. igitur per octauā anguli A b i, A b K, æquales erunt: arcus igitur f n, f m, æquales per 26. tertij: quare per cōmunem ſententiam arc⁹ f g arcui f h, æqualis. At vero rectas lineas A b, c g, e h, in rectum productas ad vnū punctum concurrere breuiſsime demonſtrabitur. Anguli enim ad i, k, recti ſunt: igitur anguli ad A, acuti: idcirco per quintum poſtulatum primi libri duæ rectæ A b, e h, in rectum productæ concurrent ad partem b h: concurrant igitur in puncto l: ſimiliter demonſtrabitur rectas A b, c g, concurrere ad eandē partē. Cæterum quod huiuſmodi concurſus in ipſo pūcto l, fiat, ex eo liquet quod duo anguli l b h, l b g, æquales ſunt, quia duobus qui ad A, fiunt

æquales

æquales per 28. & 29. primi anguli verò quos ad g h, puncta rectæ b g, b h, faciunt, æquales: nempe recti. Igitur producta recta c g, duo triangula æqualia fiet super ipsis basibus b g, b h, æqualibus per 26. propositionem primi. Necesse igitur est concursum fieri in ipso l, puncto: alibi enim si fieret, esset pars æqualis toti quod est impossibile. Iam igitur quod in vno plano de arcubus circulorũ demõstrauimus, deq; rectis lineis in effigiẽ metæ ad vnũ punctum cõcurrentibus, ad solida trãsferemus. Etenim recta e c, cõnectatur quæ rectam A l, secet in pũcto x: & bina triangula intelligantur A e x, A c x, quæ necesse est æqualia esse, per quartam primi: igitur per eandem bina triangula e l x, c l x, æqualia erũt, æqualesq; habebũt angulos qui ad x: idcirco ipsi qui ad x, anguli recti sunt per decimam diffinitionem primi. Intelligamus autẽ rectam A l, produci vsq; ad d, vt circulũ ipsum maiorem in semicirculos diuidat. Præterea cõcipiam⁹ manẽte recta linea d l, cõmuni axe, rectangulũ triangulũ e l x, simul & semicirculos qui ad e h, pertinent circũduci, donec in idẽ rursus vnde ferri incœperãt reuertãtur: semicirculi sphæras gignent, triãgulũ vero conũ vtrãq; sphærã cõprehẽdẽte, cuius quidem basis, circulus quidã qui dimetientem habet e c.

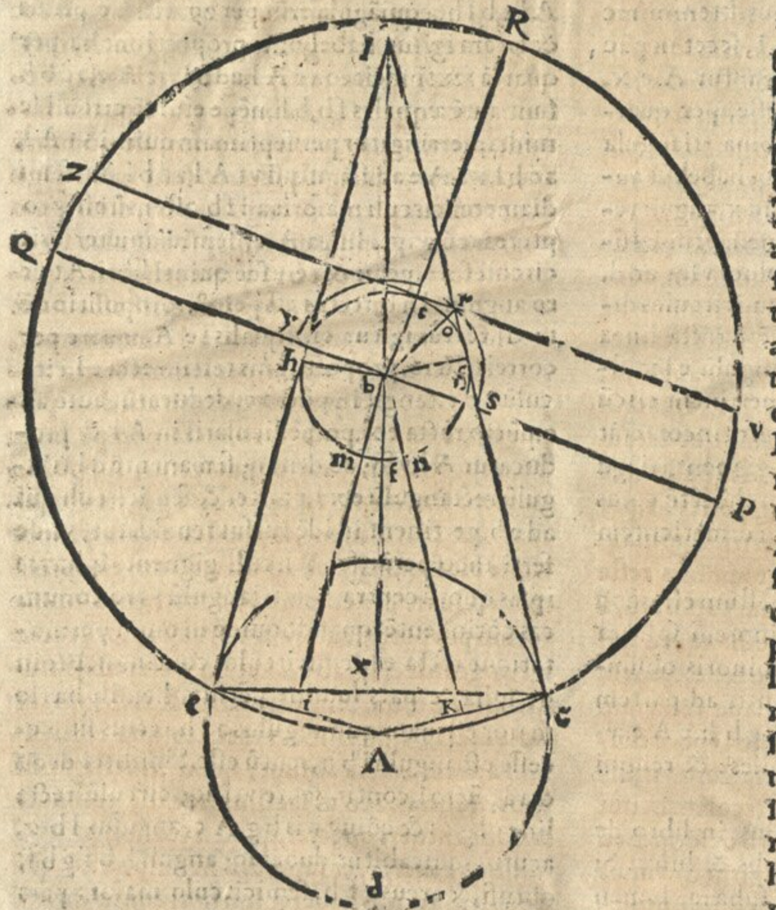
Correlarium, Ex hoc manifestum est quod sicut partis maioris sphæræ minorem sphærã illuminantis ad partem ipsius minoris obumbratam, ita partis non illuminantis ad partem illuminatam. Sunt enim anguli g b h, c A e, æquales: igitur arcus e c, g h, similes: & reliqui quoque arcus proportionales.

Aliter vt Aristarchus Samius in libro de magnitudinibus & distantijs solis & lunæ. Si sphæra à maiore quam ipsa sit sphæra, lumen assumat, maius dimidio lumine perfunditur: ambęque sphæræ ab eodem cono comprehendũtur. Sphæra enim cuius centrum b, à maiore quam ipsa sit sphæra lumine perfundatur, cui⁹ cẽtrũ A: aio lumine perfusam partẽ sphæræ cuius centrũ b, maiorẽ esse hemisphærio: ambasq; sphæras ab eodẽ cono comprehendi. Coniũgantur enim A b, & per ipsam A b, agatur planum vtranque sphæram secãs: sintque cõmunes sectiones, circuli c d e, f g h, maximiq; per primũ librum Theodosij: & protracta A b, in rectum recta linea inueniatur b l, per 12. propositionẽ sexti libri Euc. ad quam recta ipsa A b eã habeat rationẽ quam differentia semidiametrorũ prędictorũ circulorũ ad f b, minoris circuli semidiametrũ: igitur per cõpositã rationẽ 18 propositione quinti libri ostẽsam, sicut semidiameter maioris circuli ad semidiametrũ minoris, ita A l, ad b l. Deinde à pũcto l, recta linea deducatur l h, quæ circulũ f g h, super h, puncto contingat per 17. propositionẽ tertij: & extẽsa ipsa l h, in rectũ, cõnexaq; b h, ducatur per A, pũctũ ipsi b h, parallelus recta linea A e, per 31. propõnem primi. Quapropter bina triangula A l e, b l h, æquiãgula erũt per 29. eiusdẽ primi & latera igitur habebunt proportionalia per quartã sexti: idcirco vt A l, ad b l, sic A e, ad b h sunt autẽ æquales f b, b h, nẽpe eiusdẽ circuli semidiametri: igitur per septimam quinti vt A l, ad b l, ita A e ad f b: atqui vt A l, ad b l, ita semidiameter circuli maioris ad f b, ostensũ est: propterea recta ipsa linea A e, semidiameter erit circuli c d e, per nonã eiusdẽ quinti libri. At vero angulus l h b, rectus est per 18. propositionẽ tertij, rectus igitur ei æqualis l e A, quare per correlariũ 16. propositionis tertij, recta e l, circulũ c d e, tangit in pũcto e: deducatur autẽ ab e, pũcto recta e x, perpẽdicularis in A l: & producatur A l, vsq; ad d: itaq; si manente d l, triãgulũ rectangulũ e x l, pariter & semicirculi qui ad e h, pertinent in idẽ rursus reuoluãtur, vnde ferri incœperũt, semicirculi gignent sphæras ipsas quorũ centra A, b: triangulũ vero conum eas cõtingentẽ: quandoquidẽ in omni permutatione recta e l, semicirculos contingit. Proinde sphæræ pars lumine perfusa hemisphærio maior est: nam quũ angulus ad h, rectus sit, necesse est angulũ l b h, acutũ esse. Similiter deducta à pũcto l, contingente vtrũq; circulũ recta linea l g c: & cõiugatis b g, A c, angulus l b g, acutus iudicabitur: duo itaq; anguli h b f, g b f, obtusi, & arcus g f h, semicirculo maior: pars igitur sphæræ minoris sub ipso arcu cõprehẽsa hemisphærio maior: qđ demõstrasse oportuit.

Tertium præmittendum. Ex cognita distãtia cẽtrorum prædictarum sphærarũ, & ratione semidiametrorum, arcũ maximi circuli minoris sphæræ, sub quo pars eius illuminata comprehenditur, numeris indicare. Vtamur enim ipsa eadem figuratione: ratio autem A e, ad b h, cognita supponatur: & A b, centrorum distãtia, in eisdẽ partib⁹ semidiametrorũ nota:

 propo-

propositumque sit arcum g f h, sub quō minoris sphæræ pars radijs illustrata comprehenditur, pate facere. Igitur quoniam ratio rectæ A e, ad b h, nota supponitur, recta A i, carum differentia, in partibus eisdem diametrorum maioris & minoris sphæræ nota erit: at vero & in ipsis quoque partibus distantia A b, nota datur: igitur ratio A b, ad A i, etiam nota fiet: angulus autem ad i, rectus existit: igitur



in triangulo rectangulo A i b, sicut recta A b, ad rectam A i, ita sinus totus ad sinum rectum anguli A b i, per lemma sextæ appendicis: horum quatuor terminorum proportionaliū tres primi sunt noti: idcirco reliquus notus: multiplicabimus enim differentiam semidiametrorum in sinum totum: productumque numerū diuidemus per distantiā centrorū: proueniet q; ex huiusmodi partitione numerus partium quas habet sinus rectus arcus f m, angulū A b i, subtendentis: & ipse igitur arcus f m, per tabulam sinus recti innotescet. Quare quum ostensum sit arcum h m, quadrantem esse, totus arc⁹ f h, ex eis cōflatus cognitus erit. Atqui demōstrauim⁹ superius arc⁹ f g, f h, æquales esse: igitur tot⁹ arc⁹ g f h, secūdū quē minor sphæra a maiore illuminatur cognita reddetur, quód erat demōstrandū. Hinc colligi potest quāta terræ portio sole illustretur, supposita ex quinto libro magnæ cōpositionis Ptolemęi, distātia cētrorū partiū 1210. qualiū semidiameter terrę est pars vna, et solis semidiameter quiq; et dimidiū.

Iamvero his pręmissis fūdamētis, quāto interuallo à terra distent summi vapores, qui aerem condensant, spissantque facile demonstrabimus. Repetatur hæc ipsa figuratio qua paulo ante vsi sumus. Sphæra cui⁹ centrū A, esto corpus solare: sphæra cui⁹ cētrū b, esto terræ globus. Intelligatur autē circulus quidā maxim⁹ A P R Q, super b, centro mūdi descriptus interuallo A b, per horizōtis polū duct⁹ & solis centrū apud initiū crepusculi matutini: communis sectio plani hui⁹ cōcepti circuli cū sole esto circul⁹ c d e: cū terra vero circul⁹ f g h: ab arcu e c, radij solares procidāt e l, c l, terrā contingētes super pūctis g, h, igitur sub arcu g f h, pars terreni globi radijs solaribus illustrata cōprehēditur: sed sub reliquo arcu g h pars vmbra obcecata. Esto prætere a punctum R, horizontis polus: & connectatur b R, circulum f g h, secans super puncto r, in quo centrū visus collocatur: recta deinde P Q, per centrum mūdi veniens, esto communis sectio horizontis & descripti circuli A P R Q: recta vero z t v, eiusdem circuli communis sectio & alterius cuiusdam circuli quē sensibilem horizontē appellamus, qui ob terreni globi paruitatem à cōcepto horizōte quod sola ratione percipitur insensibili differētia distat ei parallelus. At vero quāuis horū horizontum distantia respectu eius interualli quo sola terra abest, perexigua sit, nihilominus suorū diametrorū magna quidē differētia.

Nam

Nam qui ratione percipitur, mundum totũ in duo secat,& ad stellarũ fixarum sphęram pertinet. sed qui sensu vsurpatur, ex Procli sententia duum millium stadiorum dimetientem habet. at vt Macrobius putat trecentorum tantum & sexaginta, centum enim & octoginta stadia(inquit) nõ excedit acies cõtra videtis, sed visus cũ ad hoc spatiũ venerit, accessu deficiétis in rotũditatẽ recurrẽdo curuatur. Albertus magnus eũ mille stadiorum statuit, sed sensibilem appellat, alia ratione. Verũtamen siue diameter sensibilis horizontis, tantam longitudinem habeat, quantam supposuit Proclus, siue minorem vt Macrobius, nihil propterea demõstratio nostra variabitur. Nã orientẽ solẽ & occidentem intuemur, atq; stellas. Quonã vero modo authores intelligendi sint, quum videndi terminos ad prædictas distantias præfiniunt, aut maiores, aut minores, ad aliam doctrinam determinare pertinet. Reuertamur ad institutũ, duæ rectæ P Q, z v, æquidistantes sunt per 16. propositionem 11. Eucli. angulus, vero R b P, rectus existit, quia R P, quadrãs igitur angulus b t v, rectus etiam, quod item per primum librum Theo. concludi posset. recta idcirco z v, circulum tangit in puncto t, per correllarium 16. propositionis tertij. Quoniam vero ab aëre puro tenuiq; non fit luminis reflexio: concipiamus animo sphæram vaporum, à terra mariq; ascẽdentiũ, qui aerem vsq; eo spissant, condensantq;, vt solis lumen reflexionem efficere possit: nam quod vltra hanc sphæram versus coelũ est, quanquã nocturno tẽpore illuminetur à sole, ob reflexionis defectum visibile non est. Esto autẽ y r s, arcus circuli maximi huiusmodi sphæræ super b, centro descripti: eũ secet recta z v, super r, puncto. Igitur quamuis ante crepusculum matutinum, ab omni puncto arcus r s, lumen solis reflectebatur, nullus tamen radius peruenire potuit ad t, centrum visus, quia sub recta linea t v, nulla recta linea sumi potest, quæ circulũ non secet, queadmodũ in 16. propositione tertij Euclidis demõstratur: erat idcirco terræ globositas impedimẽto, quo minus videretur quod sub ipsa recta linea t v, collocabatur. At etiã quicquid intra turbinatã terræ vmbrã g l h, continetur aspici non potest. Primũ igitur punctũ quod illuminatũ apparet, in principio crepusculi matutini, quũ illucescit, est r. Nã neq; in eo aëre tenuissimo, liquidissimoq; existit, qui lumen solis nobis minime reddit: neq; intra terrę vmbrã: neq; sub sensibilis horizõtis planitię. Itaq; cõnectatur b r, recta linea quæ circulũ terræ secet in o, pũcto: fiet idcirco ipsa o r, sũma vaporũ altitudo qui à terra in sublime attollũtur, cui⁹ lõgitudinẽ in hũc modũ perscrutabimur. Angulus P b t, rect⁹ existit, angulus vero A b P, depressionis solis sub horizõte, not⁹ per precedẽtẽ propõnẽ: tot⁹ igitur angulus A b t, not⁹: ab hoc subtrahemus angulũ A b g, notũ etiã, nẽpe dimidiũ terræ arcũ solle illustratũ subtendẽtẽ, & relinquetur angulus g b t, notus. Porro angulus quẽ b g, cũ recta g l, circulũ contingẽte ad pũctũ g, facit, rect⁹ est per 18. propõnẽ tertij: angulus etiã ad t, rectus: igitur bina triãgula b r g, b r t, æqualia habent latera per 47. propõnẽ primi & cõmunẽ sententiam: æquiãgula idcirco sunt ipsa triãgula per octauã primi & angulus t b r, dimidium anguli t b g: at innotuit iam ipse angulus t b g, innotescet igitur & t b r: quare reliquus angulus t r b, trianguli b r t, cognitus erit: est autem sicut sinus rectus anguli t r b, ad sinum totum, ita recta b t, ad rectam b r, per lemma sextæ appendicis: & harũ quatuor quantitatũ duæ primæ notæ sunt: tertia vero, recta nempe linea b t, quot stadia habeat cognoscitur, supposito numero stadiorum totius orbis f g h, ex Ptolemæo aut Eratosthene, supposita etiam proportione eiusdem circuli ad diametrum ex Archimede. Quare per commune documentũ numerorum proportionaliũ, numerus stadiorũ rectæ b r, cognitus erit: ab eo autem auferemus numerũ stadiorum semidiametri: & relinquetur nota recta o r, distantia videlicet qua editissimi vapores à terra absunt, quod inuestigandũ proposuimus. Sed vt facilius hoc idẽ computari posit, intueri oportet, quod si sol non prius illuminare inciperet superum hemisphæriũ, quã æqualem arcum haberet sub horizonte differẽtiæ quadrantis & dimidij arcus illuminati, crepusculum matutinũ non fieret: lamberet enim eius supremus radius horizontem exertiuum. Atqui matutinũ crepusculum fit: igitur priusquam sub æquali arcu occultetur ipsi differentiæ quadrantis & dimidij arcus illuminati, superum hemisphæriũ illuminare incipit. Est itaque semper arcus occultationis solis sub horizõte, apud initiũ crepusculi matutini aut vespertini finẽ, maior differẽtia quadrãtis & dimidij arcus illuminati. Ipsa igitur differẽtia ab arcu occultationis subtracta, arcum relinquet æqualẽ ei q inter pũctũ in quo radius solis globũ terrenũ tãgit, & cẽtrũ sẽsibilis horizõtis interiacet,

cet in quod visus omnes cõfluunt,quẽ admodum in ipsa figuratione animaduertere licet: nam duo anguli n b g,P b t,recti sunt: à quibus detracto communi angulo P b g, duo anguli n b P,g b t,æquales relinquuntur:porro idẽ ipse angulus n b P,relinquitur, subtracto angulo A b n,differentiæ quadrantis & dimidij arcus illuminati,ab angulo A b P, occultationis solis,in principio crepusculi matutini: idẽ enim iuditiũ habetur de angulis & de arcubus,quippe quod arcus angulorum sint mensura. Quoties igitur summam vaporum altitudinem metiri libuerit,multiplicabimus in sinum totum differentiam semidiametrorum solis & terræ adijciendo quinque ziphras: productum diuidemus per distantiam centrorũ, & proueniet sinus rectus differentiæ quadrantis & dimidij arcus illuminati:eius arcum subtrahemus ab arcu depressionis solis, & relinquetur arcus inter centrum sensibilis horizõtis & punctum illud in quo radius solis terrenum orbem tangit: deinde dimidij huius arcus complementum sumemus: & per ipsius complementi sinum rectum diuidemus eum numerum, qui ex ductu sinus totius in numerum stadiorum semidiametri terræ fit: equidem proueniet ex partitione distantia summorum vaporum à centro terræ:sublata igitur semidiametri mensura,suprema ipsa altitudo in quam vapores attolluntur nota relinquetur.

Ptolemæi & Marini sententia de mẽsura terræ

ADuertendum est autem circa mensuram semidiametri terræ, quod ex sententia Ptolemæi & Marini vni gradui cælesti in terrestri supficie quingenta stadia respondent: quare vniuersus terræ circuitus secundum maximum eius circulum, centũ octoginta mille stadia cõprehẽdet. Sed Plinius & Strabo septingenta stadia numerant in quo libet gradu:ita vt tota circunferentia stadiorum sit ducentorum quinquaginta duorũ millium: tantamq; Eratosthenem deprehendisse aiunt. Cleomedes tamen obseruationem & computationem Eratosthenis memorat,ex qua tantum ducenta quinquaginta millia stadia eliciuntur: eius obseruationis & demonstrationis summa hæc est. Supponatur Sienem & Alexandriam sub eodem esse meridiano: interuallumque inter ambas ciuitates quinque millium stadiorum. Præterea Sienem sub tropico æstiuo collocatam esse. Itẽ radios solis apud terram parallelos esse,quod à multis demonstratum habetur:coincidunt enim, sed ob eorum immensam longitudinem æquidistantes apparent:vnde fit vt arbores etiam vmbras iaciant quantum ad sensum paribus interuallis distinctas: in quo Plinius errauit. Nam quod vmbræ parallelę sint,amplitudo solis causa non est,sed immensa eius distantia. Quippe si perexiguus sol esset,ad eandem tamen intercapedinem positus,modo eius radij ad terram peruenire possent,nihilominus vmbras arborum iaceret,paribus interuallis disiunctas. Hoc obiter monuisse sat sit:nũc ad Eratosthenis obseruationem redeamus. Gnomone in Alexandria recto existente ad horizontis planum:sole principium Cancri tenente,meridiano tempore acutus angulus qui à radio solis ad verticem Gnomonis fit, quinquagesimæ circuli parti subtensus inuenitur: hic autem æqualis censetur alterno angulo qui super centro terræ ex duabus rectis lineis coincidentibus fit, quarum altera in rectum ducta per Sienẽ transit,& ad solem vsque pertingit:altera per Alexandriam,cum Gnomone vnam rectam lineã constituit ad coelum extensa. Quapropter arcus terrestris circuitus inter Sienem & Alexãdriam,similis habebitur ei qui in coelo inter ipsorum locorum vertices comprehenditur,eundem angulum ad terræ centrum suscipienti: quinquagesimam igitur partem maximi circuli terræ, inter Sienem & Alexandriam esse necesse est:totus idcirco ambitus ducentorum quinquaginta millium stadiorum. Magnũ certe discrimen inter Ptolemæi & Eratosthenis sententias,nisi stadiorum mensura (vt puto) inæqualis fuerit. Arabes quoque suas habent de hac re opiniones quas asseuerant. Vtcunq; sit, sequemur nunc Eratosthenis authoritatem, & supposita ex Archimede proportione circunferentiæ circuli ad diametrum, numerum stadiorum semidiametri terræ inueniemus 39773 fere.

Plinius. Strabo.

Eratosthenis obseruatio ex Cleomede.

Plinij error.

PRæterea animaduertendũ quod de distantia cẽtri terræ à cẽtro solis variant authores. Ptolemæus enim eam posuit partiũ 1210.qualium semidiameter terræ est vna,& semidiameter solis

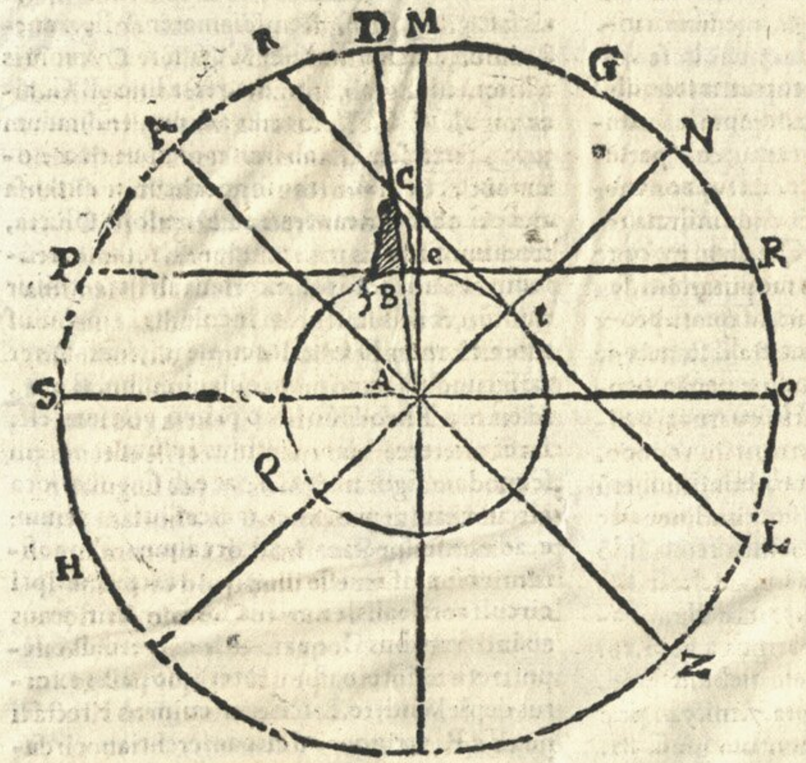
Albategnius. lis quinq; & dimidium. Albategnius cõtendit maximam esse, partium 1146. mediam 1108. minimã vero 1070. sed siue vna siue altera vtamur, ad cognoscendum partem terræ sole illustratam, nihil propterea nota dignum variabitur. Nam neque principium crepusculi matutini aut vespertini finis, oculis potest adeo exacte examinari, quin aliquot secunda minuta temporis omittantur. Verum neque ob id in supremorum vaporum altitudinis supputatione sensibilis diuersitas fiet. Posset autem quotidie ex argumento solis cognito, prædicta distantia deprehendi, sed præstat longitudine media semper vti. Multiplicabimus igitur quatuor & dimidiũ differentiã semidiametrorũ in 100000. sinum totum, fientque 450000. hunc numerũ diuidemus per 1108. mediam longitudinem, & venient 406. quibus in tabula sinus recti respõdent arcus minuta prima 14. fere, videlicet differentia quadrantis & dimidij arcus illuminati: ipsa deinde 14. minu. auferemus à grad. 16. mi. 2. occultationis solis, & remanebunt grad. 15. mi. 48. horum dimidium gra. 7. mi. 54. præterea huius dimidij complementum grad. 82. minu. 6. sinus rectus 99050. multiplicentur autem stadia 39773. semidiametri terræ in sinum totum, fient 3977300000. diuidatur is numerus per 99050. veniẽt ex partitione 40154. stadia: ab his detrahemus 39773. & relinquetur summa vaporum altitudo stadiorum 381: at si altissimi vapores in 400. stadia assurgerent, arcus occultationis in grad. 16. minu. 24. excresceret. Non sunt igitur hæc incomperta & inextricabilia vt Plinius putat libro secundo cap. 23. in quo loco ita legendum censeo. Posidonius non minus cccc. stadiorum à terra altitudinem esse, in quam nubila ac venti nubesque perueniant: inde purum liquidumque & imperturbatæ lucis aërem: non xl. vt habent vulgata exemplaria: sed neque istantum locus ob mathematicarum artium ignorationem deprauatus legitur.

Locus Plinij emendatus.

Propositio. XIX.

Ex data montis altitudine, arcum circuli verticalis inuenire, quo prius solem prospiciunt qui in montis cacumine habitant, quã qui ad eius radices: præterea tẽporis interuallũ inter ipsos solis exortus deprehẽdere.

Centrum terræ esto A, eius semidiameter A B, punctum C, summum montis iugum, recta linea B C, altitudo ad perpendiculum ab imis radicibus, quæ nota supponatur: extensa A B C, recta linea vsque ad D, in solis sphæra, ducatur circulus maximus per D, & solis centrum, quum sol ipse exoriens ab ijs cernitur qui C, montis fastigium incolunt. Esto huiusmodi circulus D G H: secetque is sphæram terræ secundum maximum eius circulum B e Q, id enim à Theodosio libro primo ostẽsum est: secet præterea idem circulus ipsum montem secundum figuram f C e: at e, f, sint duo loca circum eiusdem montis radices habitantium: e, ad ortum spectans, f, ad occasum. Propositum nobis est inuenire, quanto arcu descripti circuli verticalis, exoriens sol cernatur prius ab incolentibus C, quam ab incolentibus e, temporis etiam interuallum inter ipsos solis exortus deprehendere. Excitetur enim ab e, recta linea P e R, vtrinque ad circunferentiam circuli verticalis extensa, terræ circulum tangens in ipso e, puncto: præterea deducatur ab C, recta linea C t L, eundem tangens super t, similiter vtrinque extensa ad K L, in eiusdem circuli verticalis circunferentia: & agantur semidiametri A e M, A t N, super quas à centro perpendiculares excitentur S A O, V A Z, diametri. Igitur recta S A O, diameter erit horizontis habitantium in loco e: punctum M, vertex seu horizontis polus, per primum librum Theod. recta autem P e R, in plano sensibilis horizontis apparentis vte sita, ex qua syderum ortus atque occasus cernuntur. Similiter V A Z, diameter horizontis incolentium locum t, sed K t L, linea apparentis horizontis, ex qua syderum ortus cernitur atq; occasus, N, punctum vertex, arcus vero O R, L Z, quia tota terra velut punctum atque centrum existit respectu cœli, insensibilis quantitatis sunt. Itaque quum sol exoriens, ex O, puncto illustrauerit locum e, æstimabitur in R, quemadmodum & exoriens in Z, locum t, radijs illustrans æstimabitur in L. Atqui ex eadem recta linea K t L, pariterque sol exoriẽs cernitur ab incolentibus t, & ab incolentibus C, prius autem cernitur ab eis qui in t, habitant, quam ab eis qui in e. igitur prius cerni necesse est ab eis qui in summo mõtis cacumine ha-



habitant, quam ab eis qui circum radices: erit autem harũ aparitionum differẽtia ipse arcus O Z, quẽ in hunc modũ cognoscemus. Enimuero recta linea B C, montis altitudo, secundũ mensuram semidiametri terræ nota supponitur: igitur tota A C, nota: at in triãgulo A t C, angulus ad t, rectus existit, per 18. propositionẽ tertij libri Eucl. igitur per lemma sextæ appendicis, vt A C, ad A t, ita sinus totus ad sinum arcus anguli A C t: per commune itaque documentum numerorum proportionalium, ex tribus proportionis terminis notis, quartus innotescet, nempe sinus rectus arcus anguli A C t: id circo per tabulam sinus recti eius arcus notus habebitur: cum autem auferemus à quadrante & arcus anguli reliqui C A t, cognitus relinquetur: arcus igitur D N, innotescet: porro hic insensibili differentia excedit arcũ M N, quippe quod e, prope B, sit, aut in ipso B, vt supponimus: idcirco arcus M N, notus. At uero à duobus quadrantibus M O, N Z, dempto communi arcu N O, æquales relinquuntur M N, O Z: propterea & ipse arcus O Z, cognit⁹ erit, quod inuestigandum proposuimus. Rursus ex cognito arcu O Z, montis altitudinem facile deprehendemus. Aequales enim censentur duo arcus O Z, D N, vt demonstrauimus: subtensus

igitur angulus C A t, notus: reliquus autem acutus notus relinquitur per communem sententiam & 32. propositionem primi Eucl. Iam igitur in memorata proportione ex tribus terminis cognitis, nempe sinu toto, semidiametro A t, & sinu recto arcus anguli A C t, innotescet latus A C, à quo auferemus semidiametrum A B, & relinquetur cognita montis altitudo B C. Verba quidẽ complura sunt, sed opus dic to citius absoluitur. Multiplicetur enim mensura semidiametri terræ in sinum totum: productum si diuidatur per distantiam summi verticis montis à cẽtro terræ, quæ conflata est ex diametro & altitudine, prodibit sinus rectus complementi arcus sub horizonte eorum qui circũ radices habitãt: sed si per ipsũ sinũ rectũ cõplementi arcus occultationis diuidatur, prodibit distantia summi verticis à centro terræ. Exempli gratia: supponatur ex sententia quorũdam arabum vniuersum terræ circuitum milliaria italica continere 24000. esto autem alicuius montis altitudo ad perpendiculum ab imis radicibus milliaria octo: oporteatque arcum circuli verticalis inuenire, quo prius sol cernitur ab incolentibus montis fastigium, quam ab eis qui in ipsius montis radicibus habitant versus ortum. Multiplicentur 3818. milliaria quæ semidiameter terræ continet in sinum totũ, fietque 381800000. diuidatur hic numer⁹ per 3826 milliaria quæ sunt à centro terræ vsque ad mõtis cacumen, & prodibũt ex partitione 99791. sinus rectus graduum 86. primorum minu. 16, se. 20. circiter: erit igitur complementũ gra. 3. minuta prima 43. se. 40 nẽpe quarta fere pars graduum 15. quibus gradibus & minutis occultatur sol sub horizonte habitantium apud radices montis, quũ iam cernitur ab eis qui summum cacumen inhabitant: porro ipsi arcui respondent in circunferentia terræ 250. fere italica milliaria, per quæ sine vllo impedimento visus eorum pertinget qui in montis cacumine habitant. Quoniã vero gradus quindecim non sunt

sunt in alio circulo interualli horarij mensura, præterquam in æquatore & ei æquidistantibus: non sunt propterea ipsi gra.3.mi.43.se.40 vnius horæ quarta pars. Quapropter recte quidem Allacen quum in huiusmodi specie inter vtrunque solis exortum quartam horæ partẽ præfiniret, lectorem admonuit, ita supponendum esse ijs qui in geometricis demonstrationibus parum versati fuissent. Cæterum ex cognita loci latitudine ad radices montis positi, solisque declinatione ad diem, per octauam propositionem, nonam, aut decimam, illico innotescet, quanto temporis spatio ab inuento occultationis arcu sol emergat. Huius quoq; propositionis conuersionem eadem methodo demonstrabimus: nam excognita loci latitudine ad radices montis positi, solis declinatione ad diem, & temporis interuallo ante exortum, scitur arcus occultationis, nempe O Z, æqualis arcui D N: insensibilem enim supponimus differentiam inter D, & M: igitur angulus C A t, cognitus, quo dempto ab angulo recto, relinquetur angulus A C t, cognitus: idcirco in memorata proportione cognoscetur latus A C: auferemus igitur ab eo semidiametrum A B, & relinquetur cognita summi verticis altitudo ad perpendiculum. Exempli gratia, habeant imæ radices montis alicuius borealissimi, latitudinem ab æquinoctiali circulo vt solet cõnumeratam, gra.80. eius autem summum cacumen radijs solaribus illustretur, ad tertiam vsq; noctis partem, mane & vesperi, quum sol ipse initium Arietis aut Libræ occupat, oporteatque per hæc, supremam montis altitudinem ad perpendiculum cognoscere. Quoniã vero per nonam propositionem sicut sinus totus ad sinum rectum altitudinis æquatoris, ita sinus rectus arcus temporis ante exortum, ad sinum rectum arcus occultationis solis eidem tempori respondentis: multiplicabimus idcirco 17364. sinum rectum graduum 10. quos continet altitudo æquatoris in 86602. sinum rectum grad. 60. qui sunt in quatuor horis æqualibus, tertia noctis parte, fientque 1503757128. hunc numerum diuidemus per sinum totum, & prodibũt 15037. & vnius partis plusquam dimidium: quibus respondet arcus graduum 8. minu. 39. fere: tantus itaque erit arcus O Z, aut D N: totidem etiam gradus & mi. habebit arcus B t: & ad tantam distantiam videbitur summum mõtis iugum à loco t, si videndi acies potens fuerit: nihil enim obstaculo erit, quo minus & à summo montis vertice cernatur t, & ab ipso t, idẽ montis fastigium. Proinde auferemus à 90. gradus 8. minu. 39. magnitudinem videlicet C A t, & relinquentur grad. 81. minu. 21. pro magnitudine anguli A C t: præterea multiplicabimus 39773. terræ semidiametrum ex Eratosthenis sententia, in sinum totum, productum diuidemus per 98862. sinum rectum anguli A C t, & prodibunt stadia 40230. distantia summi verticis à centro terrę: subtrahemus ab ijs semidiametrum, & relinquentur 457. stadia, quæ necesse est habere prædicti montis altitudinem, ab imis radicibus ad perpendiculum, iuxta prę missas hipotheses. Nam si sol extra ęquatorem constitueretur, aliud euenire necesse esset: quippe quod non possit idem mons per singulas noctes, ad vnam atque eandem præfinitam temporis mensuram illuminari. Ex his constare arbitror, fabulosum esse illud quod in primo libro meteororum de monte Caucaso Aristoteles scribit. Is enim longe breuiori interuallo ab æquatore distat, nempe qui vtrique pelago immineat & Pontico & Caspio, muniens Isthmũ qui ea dirimit, vt ex Ptolemæo & Strabone facile intelligi potest, quod etiam ex solo Aristotele coniectari licet: nam ad exortum inquit æstiualem vergit, & ab ijs cernitur qui Mæotici lacus ostium nauigant, & ab eo loco quem Bathea hoc est profunda ponti vocant. Fieri autem non posset vt Caucasi summæ partes ad tertiam vsque partem noctis radijs solaribus illustrarentur, nisi in immensam & prorsus incredibilem celsitudinem assurgerẽt: quod numeris periculum facienti statim liquere poterit. Minus etiam credibile id quod Pomponi⁹ Mela mõtanis Arabiæ tribuit: qua in altũ abit (inquit) adeo ædita vt ex sũmo vertice à quarta vigilia ortum solis ostendat: loci latitudine, vt ex supputatione constare potest, non consentiente. Idem de Casio monte refert Plinius, sed falsum etiam atque pugnans: quum eius altitudinem per directum subijciat quatuor tantum millium pass. Cleomedes æditissimũ mõtem affirmat in altitudinem assurgere quindecim tantum stadiorum ad perpendiculum. Allacen octo M. pass. Plinius non credit Dicæarcho dicenti, altissimum montem ratione perpendiculi inuenisse M.ccl. pass. quoniam quosdam alpium vertices nouerit, longo tractu nec breuiore L. millibus passuum assurgere. Hi autem ad tertiam fere noctis partem sole illustrabuntur, si in tantam latitudinem ab æquatore in polum arcticum positi sint, quantam in exẽplo sumpsimus: nam 457. stadia, 57. millia passuum conficiunt. Hic finem imposuimus libello de crepusculis. Reliqua opuscula nostra breui (vt speramus) in lucem edemus. De astrolabio opus demonstratiuũ. De triangulis sphæricis. De planisphærio geometrico. De proportione in quintum Euclidis. De globo deliniando ad nauigandi artem, & nõnulla alia quæ hodie molimur.

¶ Authores qui à nobis in hoc libello citantur.

Euclides.	*Aristoteles.*
Theodosius.	*Strabo.*
Menelaus.	*Pomponiusmela.*
Archimedes.	*Plinius.*
Aristarchus Samius.	*Macrobius.*
Ptolemeus.	*Proclus.*
Albategnius.	*Cleomedes.*
Geber.	*Albertus Magnus.*
Allacen.	*Ioãnes de Sacrobusto.*
Vitello.	*Ioannes Stofler.*

FINIS.

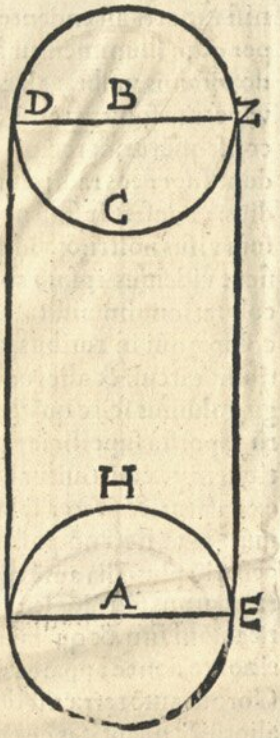
ALLACEN ARABIS VETVSTISSIMI

Liber de crepusculis, Gerardo Cremonensi interprete,

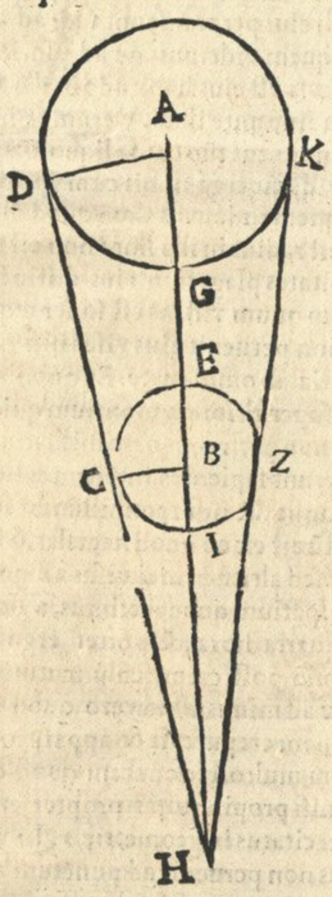
OStẽdere volo in hoc tractatu quid sit crepusculũ, & quæ causa necessario faciens eius apparitionẽ. Inde vero progrediar ad cognoscẽdum vltimum quod eleuatur à superficie terræ, de vaporibus subtilibus ascendẽtibus ex ea. Dico ergo quod crepusculum matutinum & crepusculum vespertinum sunt similis figuræ. Vnum namque eorum ex accessione luminis solis, & alterum ex ipsius recessione contingit. Vtrorumque vero colores diuersi sunt, propter diuersitatem horizontum in quibus sol est apparens. Quoniam sol quando est in horizonte orientali non multum eleuatus, est illic color eius alius à colore ipsius in visibus, quando est secundum æqualitatem illius altitudinis in horizonte occidentali. Et similiter radij eius qui videntur in crepusculo, & quod videtur in æthere de luminibus eius. Et ipse coloratus est sequens illud, secundum quod est sol in vtrisque partibus eius. Nam quod ex illo est in oriente, color est albedo & claritas: & quod est in occidente est ad rubedinem aliquãtulum vergens. Quæ res vero sit illud illuminans, & qualiter sit apparens illic, & quæ causa necessario faciat ipsum, ad illud præmittemus propositiones exponentes illud cuius volumus declarationem. Ex illo quidem est, quia sphæra orbis tota semper est splendida & luminosa ex luminari maiori quod est sol, nisi quantum obtegit tenebra contingens ex terra, in figura piramidis quod est nox. Et ego non significo in hoc libro per illud quod accidit de huiusmodi receptione luminis ex sphæris stellarum, nisi quod cum sphæra propter claritatem aeris, & subtilitatem ætheris, & tenuitatem eius nõ suspenditur aliquid de lumine solis, sicut videmus ipsum suspendi cum corporibus altis, quæ sunt stellæ: quia illuminantur & deferunt nobis illud quod recipiunt ex lumine: & consequuntur ipsum visus nostri in eis: & quamuis dissentiant in stellis, in luna tamen non dissentiunt. Visus autem non consequuntur quod in eis est de luminibus, nisi quod ipsæ proculdubio sunt spissioris & vehementioris corporeitatis quam æther in quo sunt. Et hoc patet per significationes, quod quædam earum tegunt nobis quasdam, quia eclipsant eas: aer vero non tegit nobis aliquid ex eis quæ sunt post ipsum. Et propterea videmus quod tota nox est secundum habitudinem vnam, in qua non illuminatur nobis ex æthere aliquid, quãuis sciamus secundum scientiam nostrã, quod quam plurimum eius est luminosum non tectum soli. Et videmus quod illud quod ex eo so si apparet,& nihil aliud tegit, est in visione sicut illud quod terra tegit, quod piramis tenebræ continet. Et non facit necessario æqualitatem vtriusque ad visus nostros, nisi illud quod diximus de subtilitate aeris & quod non perducit illuminationē eius,& perducit nobis tenebrositatē ipsi⁹. Tūc autē nō cessat habitudo vmbræ apparere nobis secūdū similitudinē ipsius, quousq; incipiat ab oriēte splēdor diluculi & lumen sparsum, cuius principiū est in primis cum superficie horizontis. Et illius principij non est nobis causa nisi sol, cum sit causa illuminationum. Et non est nobis illud principiū sol ipse, nec radius eius tantū, quoniā iā præmissimus quod radij eius pertranseunt vsq; ad æthere totum, quem videmus aut ad plurimū eius:& non diuersa est eius habitudo in illa hora ab alia habitudine ante illud. Verumtamen radij eius suspenduntur tūc cum aliquo corpore spissiore aere, ducit ergo nobis cum spissitudine sua radiū quem induit. Et dico quod illud quo suspensus est radius in illa hora non est terra, neq; extremitates plagarum eius distinctæ à nobis, quoniam quum videns est super æqualitatem terræ, non peruenit eius visus nisi quasi ad 23. milliaria ab omni parte. Et quoniam accidit ei vt sit super altiorem montium qui esse potest,& ille non pertransit octo milliaria, secūdū quod dixerunt sapientes, intēdentes hoc, visus non pertransit tūc nisi 250. milliaria fere. Et hoc manifestū est ex eo quod necessariū facit forma terræ. sed altitudo loci visus à superficie eius, hoc est spatium quod diximus, abscindit orbem in quarta horæ. Oportet ergo vt oriatur sol paululū post crepusculū matutinū per quartā horæ ad minus: illud vero quod est inter apparitionem crepusculi & apparitionē solis est plus hora multo. Hoc autem quod diximus non est nisi propinquitas propter eum qui non est exercitatus in geometricis. In veritate vero visus non peruenit ad punctum terræ quod iam illuminatum est à sole, nisi cū ipse peruenerit & cōprehenderit cornu ipsius solis: quoniam duæ lineæ contingētes punctū circuli à duabus partibus diuersis coniunctæ sunt linea vna secundū rectitudinē. Quando ergo illuminatum apparet nobis, tūc non est illud terra ipsa, propter id quod dixim⁹: nec est aer implens totam sphæram, quoniam vt præmisim⁹, super totum aerem aut plurimum eius, semper est cadens radius solis nocte & die: & non apparet illud in ipso propter ipsius subtilitatem. Et super terram non est corpus spissius aere, nisi vapores ascendentes, quibus non deest semper quin illuminentur à sole. Tunc vero quando piramis vmbræ ab eo remouetur, quod de vaporum sphæra terrā cōtinente visus nostri consequūtur,& recipit eos corpus solis, & cadunt super eos radij eius, suspēditur cum eo radius: & defert ipsum nobis,& consequūtur ipsum visus nostri:& videtur à nobis eius lumen, sicut videmus ipsum apparere in nubibus ex coloratione humiditatum ascendentiū,& sicut colores qui in roribus videntur in forma portionis circuli & aliorum modorum. Quando ergo volumus scire quāta sit vltima eleuatio illorū vaporū à superficie terræ, tunc ad eam cognitionem præmittuntur quatuor res, quarū nulla excusatur,& preter ipsas nulla alia re indigemus: ita vt fieri nō possit per minus, nec sit necessariū plus. Illa autē quatuor sunt corpus terræ: corpus solis, lōgitudo cētri solis à cētro terræ in ōni situ,& quāta sit depressio solis ab horizonte donec appareat crepusculū matutinū. Corpus autē terræ est sicut instrumētū omniū aliorū:& quantitas circuli magni continentis eam secūdū quod dixerunt sapientes,& significauerūt illud per propositiones certas, est viginti quatuor mille milliaria. Et dixerunt quod per quantitatem qua semidiameter terræ est pars vna, est medietas diametri solis quinq; partes & medietas partis:& per eam est longitudo centri solis à centro terræ in longitunine media, non in omni situ mille & centum & circiter decem partes: & quod depressio solis ab horizonte cū oritur crepusculum est 18. gradus,& iam inuenitur super 19.& super hoc fabricabo computationem nostrā: quoniā cum narrator rei est cum additione in ea, dignior est vt recipiatur sermo eius, quū non cōtradicit ei alius. Quādoquidē narrator cū additione scit quod non scit alius,& consequitur quod non cōsequitur alius. Nā qui narrat de aliquo quod viderit illud antequā viderit ipsū alius, dignior est vt consequatur quod intēdit, quando non existimatur de eo suspitio. Præmittam igitur ad illud quod inter manus meas est, propositiones quasdam multi iuuaminis.

Dico ergo quod omnium duarum sphærarum æqualiū, inter quas non est aliud corpus quod vnam earum alteri abscondat, illud qđ ex vnaquaq; earū versa facie respicit alterā est medietas eius ęqualiter. Et significo

fico per versā faciē vnius respectu alterius, quod si vna earū est luminosa, & altera recipiēs lumen, illuminatur & relucet medietas recipientis lumen. Cuius exemplum est vt sint duæ sphæræ A, et B, æquales:& pono vt aliqua superficies plana trāseat per cētrū vtriusq; : secabit ergo duas sphæras super duos circulos æquales & in sup̃ficie vna: sint ergo illi duo circuli A G H, B D C:& cōtinuabo A, cū B : & protrahā duas lineas A G, B D, perpēdiculares super lineam A B: ergo ipsæ sunt æquidistantes: & cōtinuabo G, cū D. Et quoniā duæ lineæ A G, B D, sunt æquales & æquidistātes, duæ lineæ A B, G D, similiter erūt æquales & æquidistantes: ergo duo anguli G, & D, sunt recti: ergo linea G D, est cōtingēs duos circulos. Et quādo nos protrahemus G A, & B D, secundū rectitudinē, ad duas circūferentias duorū circulorū, vsq; ad duo pūcta E, & Z, deinde cōtinuauerimus E, cū Z, erit recta linea E Z cōtingens duos circulos: & erit vnaquæq; duarū portionū G H E, D C Z, quarū vna est versa facie ad alterā medietas circuli: quoniā vnamquāq; earū secat diametrus circuli. Et similiter cōtingit in omnibus superficiebus planis quæ transeūt per duo cētra duarū sphærarū. Iā igitur declaratū est, quod lineæ egrediētes ex vna duarū sphærarū ad alterā contingūt vtrasq; simul, & cōprehendūt ex vnaquaq; earū medietatem & illud est quod declarare voluimus.

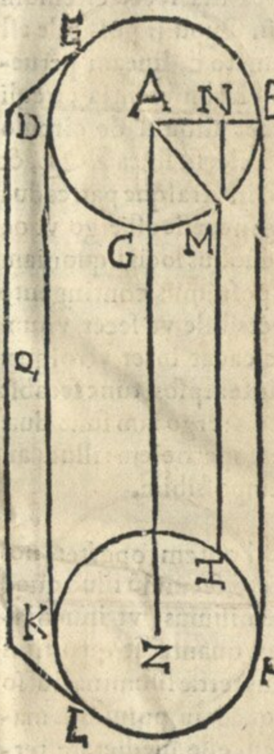


QVod si vna duarum sphærarum est maior altera, tūc illud quod ex minore versa facie respicit maiorē est plus medietate minoris: & quod ex maiore versa facie respicit minorē est minus medietate maioris. Cuius exemplū est vt sint duæ sphæræ A, & B: & sphæra A, sit maior: protraham ergo superficiem planam transeuntem per centrum vtriusque: secabit ergo vtranq; earum in duo media super duos circulos A G D, B E Z: & continuabo A, cum B: & protraham ipsam secundum rectitudinem in partem H: & ponam proportionem medietatis diametri circuli A G D, ad medietatem diametri circuli B E Z, sicut proportio A H, ad B H: eius vero acceptio est propinqua ex tractatu sexto & quinto Euclidis: & protrahā à puncto H, lineam contingentem circulum A G D, quæ sit linea H C D. Dico ergo quod ipsa contingit etiam circulum B E Z. Quod patet quia continuabo A, cum D, per lineam A D: ergo est p̃pendicularis super lineā H D: & protrahā à puncto B, perpēdicularē super lineā H C D: quæ sit linea B C. Et quoniam duæ lineę B C, A D, sūt perpendiculares super lineā H D sunt æqdistantes: & quia linea B C, est æquidistans ipsi A D, quæ est basis trianguli: erit ergo p̃portio A D, ad B C, sicut p̃portio A H, ad H B. Et iam posuimus proportionē A H, ad H B, sicut proportionē medietatis diametri circuli A G D, ad medietatem diametri B E Z, ergo linea B C, est medietas diametri circuli B E Z, ergo pūctū C, est sup circūferētiā circuli B E Z, & duos D, C, posuim⁹ rectos. ergo linea H C D, cōtigit minorē circulū. Nos vero iā p̃traxim⁹ eā cōtigētē maiorē, ergo ipsa est cōtingēs vtrosq;



vtrosq; simul. Et protraham similiter ex puncto H, lineam contingentem duos circulos similiter in parte Z, quæ sit linea H Z K: est ergo qđ ex circulo A, maiore versa facie respicit circulum B, minorem portio D G K: & est minor medietate circuli, quoniam angulus H A D, est minor recto, quoniam ipse est in triangulo vno: & est triangulus D A H, cum angulo, A D H, recto: ergo est portio D G, minor quarta circuli, & similiter portio G K, æqualis ei: ergo portio D G K, est minor medietate circuli. Et quoniam linea B C, est æquidistans lineæ A D, est angulus C B H, æqualis angulo D A H: ergo erit portio C L, similis portioni D G: & tota portio C L Z, similis portioni D G k: ergo vnaquęque carum est minor medietate circuli: remanet ergo portio C E Z, maior medietate circuli: & illud est quod ex circulo minore versa facie respicit circulum maiorē: ergo duæ portiones C E Z, & D G K, sunt ex duobus circulis qui versa facie se respiciunt. Et significo quidē per hoc, quod aliquid portionis vnius non cooperitur ex circulo altero, & portio C E Z, est maior medietate circuli, & portio D G K, minor: & illud est qđ voluimus declarare.

ET dico quod quando sunt duo circuli æquales, & ꝓtrahūtur duæ lineæ quarū vnaquęq; est cōtingēs duos circulos simul secundū formam quā præmisimus, tūc in vnaquaq; duarum portionum quarum vna versa facie respicit alteram, non est locus qui velet aliquid ex circulo vno circulo alteri: & quod in reliquis duabus portionibus duorum circulorum quæ non sunt facie ad faciē se respicientes, non est locus qui appareat circulo alteri. Cuius exemplum est, quod sint duo circuli A B G D E, & Z H T K L: & protrahantur duæ lineæ B H, & D K, contingentes duos circulos simul: ergo duæ portiones B G D, & H T K, sunt quæ se facie ad faciem respiciunt: carū portiones B E D, & H L K, sunt se non facie ad faciem respicientes. Dico ergo quod non est in portione B G D, punctum quod velet circulo A B: aliquid ex circulo Z H, velet circulo A B: & quod non est in portione B E D, punctum quod appareat penitus circulo Z H, & quod

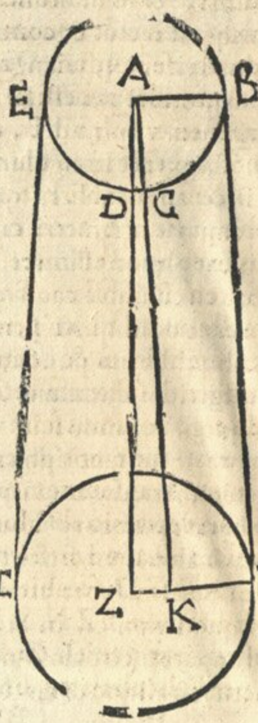


tota ipsa portio est velata circulo Z H: & neque est in portione H L K, punctum quod appareat circulo A B. Cuius demonstratio est, qđ ego continuabo A, cum Z, per lineam A G Z: & signabo super arcum B G D, punctum qualiter velim, quod sit pūctum M: si ergo fuerit pūctum M, à puncto G, ad partem B, tunc protrahā ex puncto M, lineam æquidistātem lineæ B H: & si fuerit punctum M, à puncto G, ad partem D, tunc protraham ex puncto M, lineam æquidistantē lineæ D k: sit ergo M T. Dico igitur quod linea M T, tota est extra circulum B M G D E, de qua non cadit aliquid in eo. Cuius demōstratio est, quod ego cōtinuabo A, cū B, & protrahā lineā M T, secundum rectitudinem donec concurrat cum linea B A, super punctum N: ergo duorum angulorum ad N, vnusquisq; est rectus: & continuabo M, cū A: angulus igitur N, trianguli A N M, est rectus, & iam protractum est latus N M, secundum rectitudinem vsque ad T, & prouenit angulus A M T, extra triangulum, qui est maior recto, scilicet angulo N. Et quādo protrahitur ab extremitate diametri circuli, quæ cū ipsa contineat plus angulo recto, tunc illa linea non secat circulū, nec cadit de ea intra ipsum aliquid: ergo de linea M T, nō cadit in circulo A M, aliquid, ergo punctum M, facie ad faciem est respiciens circulum Z, & non velat aliquid ei: quoniā quando non velat ei aliquid ex corpore ipsiusmet sphæræ A M, tūc nulla alia res tegit illud, quoniā nos posuim⁹ vt īter duas sphęras nō sit corp⁹ aliud ab eis, quod tegat vnā carū alteri. Et similiter ostendetur hoc in omni puncto super arcum H T K. Et dico iterum quod non est in arcu B E D, punctum quod appareat circulo Z: nec est possibile vt cōtinuetur cū aliquo ḋ circulo

 Z,

Z,per lineam,nisi & linea illa secet circulum A B,& cadat intra ipsũ. Quod si possibile est tunc protrahemus à puncto E, lineam peruenientem ad aliquid de circunferentia circuli H T K L, & non secet aliquid de circulo A E D: & si fuerit possibile, sit linea E Q L, & protraham lineam D K, in vtrasque partes duarum extremitatum eius: necesse est ergo vt occurrat lineæ E Q L in duobus locis: quoniam linea D K, quam iam posuimus contingentẽ duos circulos non est possibile vt secet vnum duorum circulorũ, nec cadat inter vtrosque: & quoniam non cadit inter ipsos, tunc secabit lineã E L, in duobus locis: ergo iam sunt duæ lineæ rectæ continentes superficiem: illud autem est contrarium & impossibile.

QVod autem oportet nos facere, secundũ illud quod præmisimus, vt inueniamus quanta sit quantitas arcus terræ illuminati à sole, quã iam posuimus maiorem esse medietate terræ. Ponam ergo duos circulos solis & terræ, super quos secat vtrosque vna superficies plana, quales sunt A B G D E, Z H T. Circulus ergo A, sit terræ, & circulus Z, solis: & protraham duas lineas contingentes vnũquenque eorum, sicut diximus, quæ sint duæ lineæ B H, & E T, igitur portio B G D E, ex terra, est illuminata sole, sicut iã ostendimus: & illud est plꝰ medietate circuli. Quãdo ergo volumus scire quantitatem eius tunc nos cõtinuabimus A, cum B, & cum Z, & Z, cũ H: ergo B A, & H Z, sunt æquidistantes, quoniã vtræque sunt perpendiculares super lineam B H, contingentem duos circulos. Et secabo ex linea H Z, quod sit æquale lineæ B A, & sit linea H K: & continuabo A, cum K: ergo A K, est perpendicularis super H Z, quoniam est æquidistans ipsi B H, cum contineat totum quod est inter extremitates duarum linearum B A, & H K, æqualium & æquidistantium: ergo angulus k, est rectus. Et propterea qđ linea H Z, est quinque partes & medietas partis, per quantitatem qua linea B A, est pars vna, remanet linea k Z, quatuor partium & medietatis vnius partis ex illa quantitate: & per eandem inuenitur linea A Z: 1110. in medijs longitudinibus: ergo per quantitatem qua linea A Z, subtensa angulo recto est 60. grad. est linea K Z, 14. mi. & tres quintæ vnius minuti: ergo angulus K A Z, est 14. minu. excepta tertia parte quintæ partis vnius minuti, per quantitatem qua angulus rectus est 90. gra. & illud est quãtitas arcus G D: sed arcus B G, est 90. grad. quoniam angulus B A G, est rectus: ergo arcus B D, est 90. gra. & 14. minu. excepta tertia parte quintæ partis vnius minuti: & arcus D E, est æqualis arcui B D, ergo totus arcus B G D E, illuminatus est 180. partes, & 27. minuta & quatuor quintæ & tertia quintæ vnius minuti cum propinquitate: & illud est quod voluimus declarare.



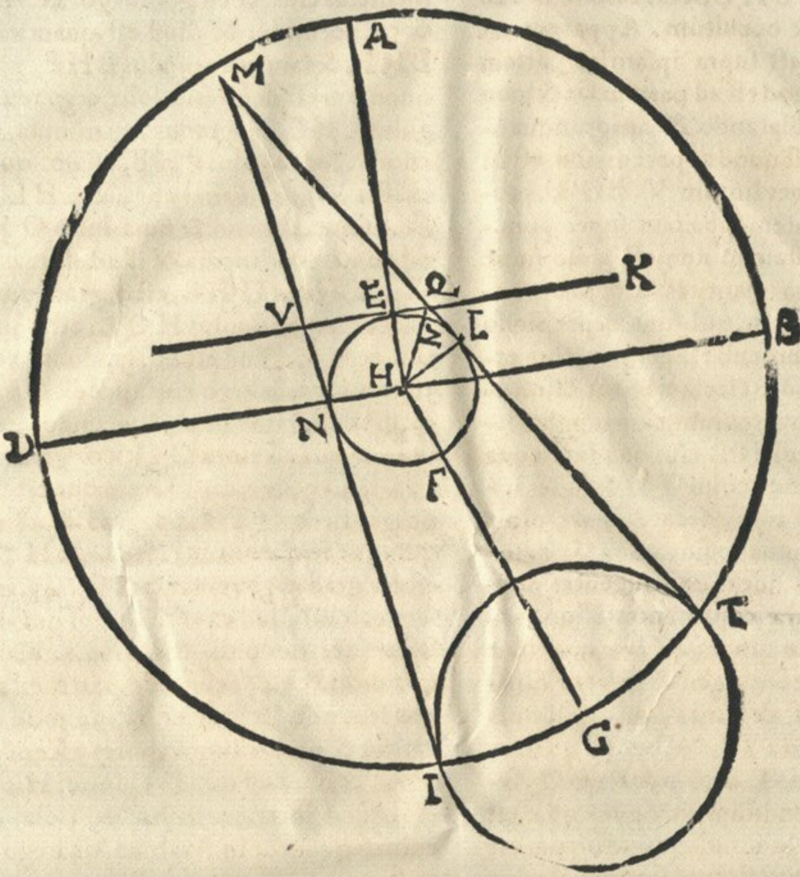
INcipiamus ergo nunc ex eo quod intendimus de causa apparitionis crepusculi, & formæ apparitionis eius nobis, & figurationis ipsius in horizonte orientali. Ponam ergo circulum signatum super sphæram terræ, & super quam abscindit terram superficies plana transiens per zenit capitum & per Z, centrum terræ & solis circulum A B, & locum visus A: & faciã transire super punctum A, lineam contingentem circulum: & prolongabo duas extremitates eius in duas partes, super quam sint G D. Manifestum est igitur quod super totum quod cadit sub linea G A D, ad partem B, non est cadens visus, quoniam terra velat illud nobis: quia extensio visus non est nisi super lineam rectam. Et Euclides quidem iam declarauit, quod non egreditur à puncto contactus linea inter lineam contingentem & inter circulum: visus ergo non cadit sub linea G A D: sed cadit super illud quod eleuatur ab ea. Et ponã formam piramidis tenebræ euenientis ex vmbra terræ, parum ante crepusculum quando est depressio solis plus 19. gradibus per minutum vnum, verbi gratia aut circiter, super quã sint

B E

BELR: totũ enim quod cadit in hac piramide designata cuius caput est L, & basis ipsius terra est tectum soli, non apparens ei, neque illuminatũ ab eo, & est in veritate tenebrosũ: & quod cadit exterius ab ea est apparens soli, & super ipsum sunt cadentes radij eius & lumen eiꝰ. Verum tamen quod ex corporibꝰ est subtile valde non perducit ad visus nostros illud quod ex radio induit, propterea qđ æquantur in visibus nostris illud quod ex aëre subtile est intra

piramidem, & quod est extra ipsum: & videtur æther totus in forma luminis & tenebræ. Et nos quidem scimus quod illud quod continet nos ex aëre, & quod est propinquum nobis est tenebrosum non apparens soli, & quod procedit in incæssu in altum, aut dextrorsum: aut sinistrorsum, & anterius & posterius est luminosum apparens soli: & sunt ambo cum illo apud nos æqualiter in tota comprehensione visus: & non apparet aliquid visibus nostris ante solis ortum, & post solis occasum, nisi sit eleuatum à superficie horizontis, & nisi sit extra piramidem vmbrę, & nisi sit spissius aëre subtili. Manifestum est igitur quod non apparet aliquid visibus nostris in habitudine splendoris & illuminationis nisi per aggregationẽ trium conditionum in eo. Vna quarum est vt non sit sub linea G A D: quoniam si est sub ea, prohibet sphæra terræ inter ipsum & visum, quia nõ comprehendit ipsum visus luminosum neque tenebrosum. Et alia est vt non sit in piramide vmbræ: nam si est in ea, est tenebrosum, propterea quod priuatum facie solis, & illuminatione sua ab ea. Et alia est vt sit spissiꝰ aere subtili implente sphæram: quoniam iam sciuimus quod aêr altior extra piramidem est cadens super lineam G A D: & cum illo non apparet nobis in eo aliquid luminis propter tenuitatẽ & subtilitatem suam: & propterea quod videmus in hôc locô, & est parũm ãnte crepusculũ illud quod comprehendimus de sphæra, tectũ non illuminatum: & non diuersificatur pars eius à parte. Et scimus quod non est in eo punctum neque locus vnus in quo agregentur istę conditiones tres. Sed pũctum E, est vbi occurrit vltimo statui piramidis linea G A D, & iã posuimus in eo duas conditiones: quoniam nõ est sub linea G A D, nec est intrans piramidẽ: ergo est cadens super ipsum radius solis. Non ergo facit necessariam tenebrositatem eius in oculis nostris tunc, nisi priuatio eius à conditione tertia, quæ est spissitudo. Iam ergo certificatur quod aër vbi est punctum E, in hoc loco est subtilis, & non perueniunt ad ipsum vapores spissi ascendentes de terra, qui sunt spissiores aëre. Deinde postquam eleuatur sol parum, & fit depressio eius ab horizonte 19. gradus tantum, & fit forma piramidis & figura eiꝰ sicut illa super quã sunt I T H K, & apparet in horizonte res luminosa, & non fuerit ante illic res luminosa, scimus quod ille est primus locorum & hospitiorum in quo agregantur cõditiones tres prædictæ: quoniam ante illud parum per illud cui non est quantitas, non fuit illic aliquid de lumine: & primus locorũ in quo agregatur vt non sit sub linea G A D, nec sit intrans piramidem tenebræ, est punctum T. Ergo punctum T, est primus locorum in quo inuenta est conditio tertia, & est illic spissitudo aeris: ergo punctum T, est vltimus status vaporum, & summa ascensio eorum: & non abreuiantur ab eo, neque pertranseũt ipsum. Quoniam si abreuiarentur ab eo, esset punctum T, in aere subtili, & non appareret nobis in eo aliquid de lumine, sicut non apparet in eo qui est post ipsum ad partem E: & si pertransirent ipsum, illuminaretur nobis pũctum E, ante hoc: quoniam non ponimus in eo quod est inter T, & E, in his duobus locis rem sensibilem. Ergo punctum T, est vltimus status ad quem perueniunt vapores ascendentes in altum, & occursus lineæ G A D, contingentis sphæram terræ cum linea H I. Quando ergo volumus scire lõgitudinem eius à facie terræ, tunc nos describemus altitudinis circulum transeuntem per centrum solis, quando eius depressio ab Horizonte est 19. gradus, & illud est apud ortũ crepusculi, super quem sint A B G D: secabit ergo sphæram terræ super circulum E Z N, & linea A E H, sit pertransiens per zenith capitũ & per centrum terræ, perpẽdicularis ad lineã

B H D: ergo linea B H D, secat terram in duo media, apparens & occultum. Apparens ergo est illud quod est supra ipsam ad partem A, & occultum quod est ad partem G: & non dicimus hoc nisi dilatando & apropinquando. Veritas vero est quod apparens non est nisi illud quod est super lineam V E Q k, protractam contingentem sphæram super punctum visus. Verumtamen non est apud hunc orbem terræ magna quantitas. Et ponam arcum B G, 19. graduum, qui sunt depressio solis apud ortum crepusculi: super punctum ergo G, est centrum solis: faciam igitur illic super ipsum punctum circulum, cum longitudine quincupli & medietatis eius quod est æquale lineæ E H, qui sit circulus T I: & super ipsum scilicet punctum G, secat solem, orbis A B G D, & continuabo lineam H G: deinde protraham duas lineas contingentes duos circulos solis & terræ continentes illuminatum terræ à sole, quæ sunt duæ lineæ quæ sunt T L M, & I N M, contingentes terram super duo puncta L, & N, & sunt termini piramidis vmbræ: ergo linea T L M, occurrit lineæ E K, super punctum Q, ergo punctum Q, secundum quod ostendimus in figura quæ est ante hanc, est locus luminosus apud ortum crepusculi: & est vltimus status ascensionis vaporum. Cum ergo volumus cognoscere longitudinem eius à superficie terræ, tunc continuabimus H, cum Q, per lineam H Z Q, & continuabo H, cum L: ergo portio L F N, est illuminata, quod facie ad faciem respicit solem. Iam ergo ostendimus quod ea est 180. gradus & 27. minuta & 52. secunda, & arcus F L, est medietas eius, & est gradus 90. & 13. minuta & 56, secunda: & illud est quantitas anguli L H F, & iam fuit angulus B H F, 19. gradus quoniam est depressio solis, ergo remanet angulus L H B, 71. gradus, 13. minuta, & 56. secunda. sed angulus E H B, est 90. quia rectus existit, ergo remanet angulus E H L, 18. grad. 46. minut. 4. secun. & quia linea Q H, diuidit eum in duo media, & illud est manifestum: angulus igitur Q H E, est 9. graduum, 23. mi. 2. secun. ergo angulus H Q E, est complementum recti, & illud est 80. graduum, 36. minut. 58. secun. corda ergo eius, quæ est linea E H, est 59. graduum 11. minu. 48. secundorum, per quantitatem qua est linea Q H, 60. graduum, verumtamen per quantitatem qua est linea H E 60. grad. erit Q Z H, 60. grad. & 48. minu. & quinque sextæ minuti. sed linea H Z, ex illis est 60. grad. ergo remanet Z Q, 48. mi. & 50. secun. & est illud ex milliaribus quibus circunferentia terræ continet 24000. milliaria 51. & 47. minu. & 34. secun. & 6. partes ex 11. partibus secundi. Et illud est vltimum ad quod eleuantur & perueniunt vapores ascendentes ex terra, & illud est quod volumus. Hic est finis eius quod intendit in hac epistola, quædam enim sequuntur in Arabico, quæ ego prætermisi, quia in illis nulla est vtilitas: non enim continentur in eis nisi quædam in quibus laudat deum modo sarracenorum, & reprehendit quosdam qui quærebant, quinam fructus esset in hoc quod ipse dixit in hac epistola. Dicit enim illos esse redarguendos qui non cõprehẽdũt insensibilia per sensibilia. & quia in eis quæ dicit nulla est vtilitas, ideo ea prætermisi.


A
M
K
Q
V
E
L
B
H
D
N
F
T
G
I