

N. Dir.º Pulvosa 90 T

Muco 125 14

ARITHMETICA
ELEMENTAR.

POR

M. M. Jardim

Adoptada pelos Conselhos de Instrução Publica das provincias
do Rio de Janeiro, Bahia,
Alagoas, Pará e Espirito Santo, para uso das escolas
das mesmas provincias

EDIÇÃO CORRECTA

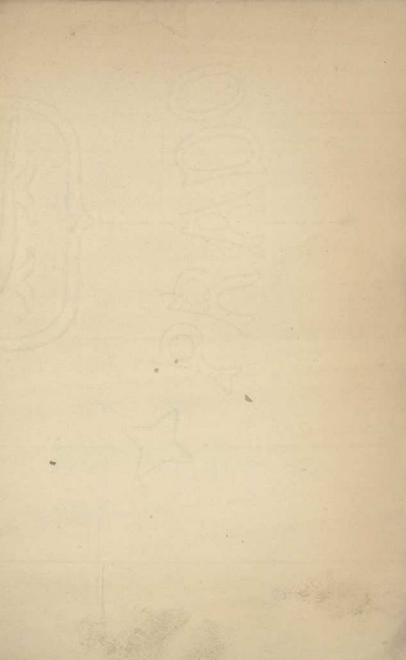
Preço 300 réis

18-16

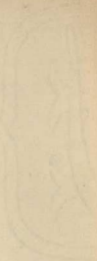
RIO DE JANEIRO

1879





BOOKS



Bibliotheca de libros-offerendi
S. A. Livro 12 n.º 14
10971

ARITHMETICA ELEMENTAR

POR

M. M. JARDIM

ADOPTADA PELOS CONSELHOS DE INSTRUÇÃO PUBLICA DAS
PROVINCIAS DO RIO DE JANEIRO, BAHIA, ALAGOAS, PARÁ E ESPÍRITO
SANTO, PARA USO DAS ESCOLAS DAS MESMAS PROVINCIAS

EDIÇÃO CORRECTA

Preço 300 réis

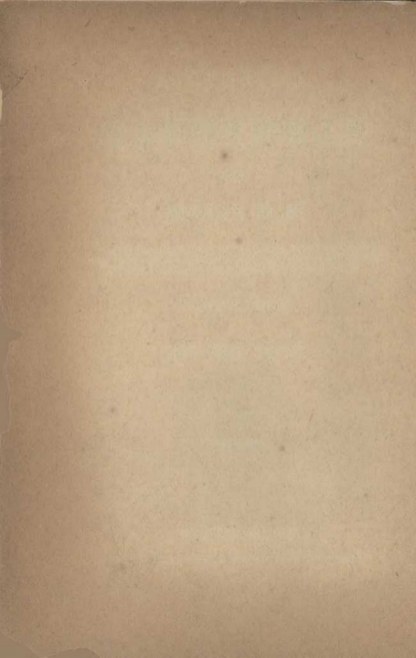


RIO DE JANEIRO

Typographia da — REFORMA — rua dos Ourives n. 9

1870

6



PROGRAMMA

DA

ARITHMETICA ELEMENTAR

Taboadas

1ª Lição.— Signaes algebricos—taboas de sommar—diminuir—multiplicar—dividir—vintens—costões—conta romana.

Definições

2ª Lição.— Arithmetica—quantidade ou grandeza—quantidade continua—quantidade discontinua—unidade—numero—tres casos de comparação das grandezas com a unidade—numero inteiro—fracção—numero mixto ou fraccionario—numero simples—numero composto—numero par—numero impar—numero concreto—numero abstracto—ordem—classe.

Numeração

3ª Lição.— Numeração—como se divide—numeração fallada—numeração escripta—quantos são os numeros—como se formam—systema decimal—base de um systema—algarismos—algarismos significativos—algarismo insignificativo—duas leis gerases—lei da formação dos numeros—differentes ordens de unidades—diversas classes—valores das diversas ordens—lei da numeração escripta—valor absoluto dos algarismos—valor relativo ou local—dous problemas na numeração—escrever um numero—exercicios—ler um numero—exercicios—taboa de numeração—taboa de numeração antiga—regra para se decompôr um numero em suas differentes ordens de unidades—excepção quando o numero exprime réis—cifrão.

Operações fundamentaes

4ª Lição.— Adição—o que tem fim—adições ou parcelas—somma ou total—regra para sommar—prova—prova dos nove—prova real—exercicios e problemas.

5ª Lição.— Subtracção—o que tem por fim—minuendo—subtraendo—resto, excesso ou differença—regra—prova dos nove—prova real—exercicios e problemas.

6ª LIÇÃO. — Multiplicação — o que tem por fim — multiplicando — multiplicador — factores — productos parciaes — producto geral — multiplicar um numero por 10 ou um multiplo de 10 na razão decupla — abstracção de zeros em um ou ambos os factores — o producto deriva do multiplicando — o producto está na razão directa dos factores — o producto é o mesmo qualquér que seja a ordem dos factores — tres casos na multiplicação dos numeros inteiros : — 1º, numero simples — 2º, um composto por um simples — 3º, ambos compostos — regra — prova dos nove — prova real — exercicios e problemas.

7ª LIÇÃO. — Divisão — o que tem por fim — dividendos — divisor — quociente — resto da divisão — dividendos parciaes — termos da divisão — quociente na razão directa do dividendo e inversa do divisor — resto maior que o divisor, erro para menos — numero maior que o dividendo parcial, erro para mais — suppressão de zeros em um termo — suppressão de zeros em ambos os termos — quociente na razão directa do dividendo e inversa do divisor — quociente incompleto — quociente completo — fracção que completa o quociente — tres casos : — 1º, um numero simples por outro, ou um numero composto de dous algarismos por um simples, quando o quociente é simples — 2º, um composto por um simples — 3º, ambos compostos — regra — prova dos nove — prova real — exercicios e problemas.

Igualdades e desigualdades

8ª LIÇÃO. — Igualdade — desigualdade — primeiro membro — segundo membro — termos da igualdade e desigualdade — identidade.

Axiomas relativos ás igualdades e desigualdades

9ª LIÇÃO. — Axioma — quadro axiomas relativos ás igualdades e desigualdades.

Fracções ordinarias

10ª LIÇÃO. — Fracção ou quebrado — duas especies de fracções — fracções ordinarias — sua origem — denominador — numerador — termos da fracção — fracção propria — escrever uma fracção — tres modos de ler uma fracção ordinaria — exercicios.

11ª LIÇÃO. — Regra para extrahir os inteiros de uma fracção impropria — regra para reduzir um numero mixto a fracção impropria — regra para reduzir um numero inteiro em fórma de fracção — exercicios.

12ª LIÇÃO. — Alteração das fracções — 1ª, multiplicando o numerador — 2ª, multiplicando o denominador — 3ª, dividindo o numerador — 4ª, dividindo o denominador — multiplicando ou dividindo ambos os termos pelo mesmo numero.

Transformação das fracções

- 13^a LIÇÃO.—Tres transformações de fracções—1^a simplificação das fracções—o que é divisibilidade—caractéres de divisibilidade—por 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 25 e 125—numero primo absoluto—numeros primos entre si—multiplo de um numero—divisor commum—fracção irreductivel—dous modos de simplificar uma fracção: 1^o, pelos divisores primos—2^o, pelo maximo commum divisor—regra para achar o maximo commum divisor.
- 14^a LIÇÃO.—Segunda transformação:—reducção de fracções ao mesmo denominador—regra para reduzir duas fracções ao mesmo denominador—regra para tres ou mais fracções—caso particular de reducção de fracções ao mesmo denominador—tres casos em que ha necessidade de reduzir fracções ao mesmo denominador—fracções homogeneas.
- 15^a LIÇÃO.—Terceira transformação de fracções—reducção de fracções ao mesmo numerador—regra para reduzir duas fracções ao mesmo numerador—regra para reduzir tres ou mais fracções ao mesmo numerador—comparação da grandeza das fracções—1^a, pela grandeza dos numeradores—2^a, pela grandeza dos denominadores.

Operações

- 16^a LIÇÃO.—Adição—dous casos:—1^o, adição de duas ou mais fracções—2^o, numeros mixtos—regras—dous modos de sommar numeros fraccionarios—demonstração curiosa da adição e subtracção de fracções—exercicios e problemas.
- 17^a LIÇÃO.—Subtracção—tres casos:—1^o, subtrahir uma fracção de outra—2^o, uma fracção de um inteiro—3^o, numeros mixtos—regras—dous modos de subtrahir numeros fraccionarios—exercicios e problemas.
- 18^a LIÇÃO.—Multiplicação—tres casos: 1^o, multiplicação de uma fracção por outra—2^o, um inteiro por uma fracção ou vice-versa—3^o, numeros mixtos—regras—fracções de fracções—exercicios e problemas.
- 19^a LIÇÃO.—Divisão—tres casos:—1^o, dividir uma fracção por outra—2^o, uma fracção por um inteiro ou vice-versa—3^o, numeros mixtos—regras—exercicios e problemas.
- 20^a LIÇÃO.—Prova da adição de fracções—da subtracção de fracções—da multiplicação de fracções—da divisão de fracções—exercicios e problemas.

Fracções decimaes

- 21^a LIÇÃO.—Fracções decimaes—sua origem—como se representam nomes dos algarismos depois da virgula—escrever um numero decimal—tres modos de ler uma fracção decimal—taboa de numeração—denominador das fracções decimaes—zeros á direita da fracção decimal—multiplicar uma fracção decimal por

10, 100, 1000, etc.—dividir uma fracção decimal por 10, 100, 1000, etc.—exemplos.

22^a LIÇÃO.—Reduzir fracção decimal em ordinaria—ordinaria em decimal—fracção periodica ou dizima periodica—periodo—periodica simples—dous modos de reduzir dizima periodica composta em fracção ordinaria—algarismos não periodicos—reduzir fracção periodica simples a fracção ordinaria—reduzir fracção periodica composta a fracção ordinaria—reducção de fracções decimaes ao mesmo denominador—exercicios.

Operações

23^a LIÇÃO.—Regra para addição de fracções decimaes—provas—exercicios e problemas.

24^a LIÇÃO.—Regra para subtracção de fracções decimaes—provas—exercicios e problemas.

25^a LIÇÃO.—Regra para multiplicação de fracções decimaes—provas—exercicios e problemas.

26^a LIÇÃO.—Regra para divisão de fracções decimaes—provas—exercicios e problemas.

Supplemento ás fracções

27^a LIÇÃO.—Expressões fraccionarias—regras para operar sobre as expressões—fracções de termos fraccionarios.

Numeros complexos

28^a LIÇÃO.—Numero complexo—incomplexo—unidades complexas—de comprimento—numericas—da circunferencia—medida astronomica—de superficie—de tempo—de capacidade—de peso—de moeda brasileira—ingleza—frãezeza.

Operações

29^a LIÇÃO.—Regra para sommar numeros complexos—provas.

30^a LIÇÃO.—Regra para subtrair numeros complexos—provas.

31^a LIÇÃO.—Multiplicação—dous casos:—1^o, multiplicando complexo e multiplicador incomplexo—2^o, multiplicador complexo e multiplicador complexo ou incomplexo—quatro modos:—1^o, o das partes aliquotas—2^o, o da unidade—3^o, o das fracções ordinarias—4^o, modo directo—regra para operar no 1^o e 2^o caso.

32^a LIÇÃO.—Divisão—dous casos:—1^o, os termos de especie diversa—2^o, da mesma especie—regra para operar no 1^o e 2^o caso.

Systema metrico

33^a LIÇÃO.—Definição—decimetro—centimetro—millimetro—seis unidades principaes—como se formam os multiplos—como se formam os submultiplos.

- 34ª LIÇÃO.—Do metro—definição—metro em palmos—múltiplos e submúltiplos do metro—abreviatura do metro, seus múltiplos e submúltiplos—escrever um número métrico decimal—três modos de ler um número métrico decimal—uso do metro—do kilometro—do myriametro do decímetro—do centímetro—do millímetro—converter metros em seus múltiplos—reduzir metros a submúltiplos—dado o preço de um metro, achar o preço de um múltiplo ou submúltiplo do metro.
- 35ª LIÇÃO.—Do metro quadrado—quadrado—quadrado de um número—metro quadrado—subdivisão do metro quadrado—do decímetro quadrado, etc.—múltiplos e submúltiplos do metro quadrado—abreviatura do metro quadrado—seus múltiplos e submúltiplos—converter metros quadrados em seus múltiplos—reduzir metros quadrados a submúltiplos—ler e escrever um número de metros quadrados—tabela de numeração—para que serve o metro quadrado, seus múltiplos e submúltiplos—superfície—regra para avaliar uma superfície—divisão das medidas de superfície em três classes—medida de superfície propriamente ditas medidas topographicas—medidas agrarias—observações.
- 36ª LIÇÃO.—Do are—definição—uso do are—múltiplo e submúltiplo do are—porque não se usam os múltiplos e submúltiplos do are abreviatura do are, hectare e centiare—converter ares em hectares, e em centiares—reduzir metros quadrados a ares, e hectares
- 37ª LIÇÃO.—Do metro cubico—cubo—cubo de um número—metro cubico—subdivisões do metro cubico e de seus submúltiplos—submúltiplos e seus valores—abreviaturas do metro cubico e de seus submúltiplos—regra para reduzir metros cubicos em submúltiplos—regra para converter submúltiplos do metro cubico em metros cubicos—relações do metro cubico com os seus submúltiplos—ler um número de metros cubicos—tabela de numeração—escrever um número qualquer de metros cubicos—metro cubico em palmos cubicos—medida de solidez—volume de um corpo—regra para se medir o volume de um corpo—usos do metro cubico e de seus submúltiplos—metro cubico em litros—metro cubico em kilogrammas.
- 38ª LIÇÃO.—Do stere—definição—múltiplo e submúltiplo do stere—abreviatura do stere, decastere e decistere—escrever e ler um número de stere—relação do stere seu múltiplo e submúltiplo, com o metro cubico e seus submúltiplos—converter steres em decasteres e decisteres.
- 39ª LIÇÃO.—Do litro—definição uso do litro dimensões e forma do litro para seccos—dimensões e forma do litro para liquidos—múltiplos e submúltiplos do litro—abreviatura do litro, seus múltiplos e submúltiplos—escrever e ler um número de litros—converter litros em seus múltiplos e submúltiplos—relações do litro com o metro cubico, e vice-versa—reduzir litros e seus múltiplos ou submúltiplos a metros cubicos.
- 40ª LIÇÃO.—Do gramma—definição—uso do gramma—serie de 34 pesos—suas dimensões e forma—múltiplos e submúltiplos—ta-

nelaca e quintal metricos—abreviatura do gramma, seus multiplos e submultiplos—uso do kilogramma—kilogrammas em libras—ler e escrever um numero qualquer de grammas—converter grammas em seus multiplos e submultiplos—relação do gramma, seus multiplos e submultiplos com o metro cubico e seus submultiplos—converter grammas, seus multiplos e submultiplos em metros cubicos e seus submultiplos—relação do gramma e seus multiplos com o litro, seus multiplos e seus submultiplos—converter grammas e seus multiplos em litros, multiplos e submultiplos do litro.

41ª LIÇÃO.—*Do franco*.—Definição—nomenclatura usada nos multiplos e submultiplos do franco—subdivisão do franco.

42ª LIÇÃO.—Coeficientes de reduções—exercicios e problemas.

Operações

43ª LIÇÃO.—Proporção—razão—duas especies de razões—razão por differença—razão por quociente—quatro termos de uma proporção—extremos—meios—antecedentes—consequentes.

44ª LIÇÃO.—Equidifferença—propriedade fundamental das equidifferenças—reciproca—regra para determinar um termo incognito de uma equidifferença—alternar—invertir—transportar—ajuntar ou subtrair a mesma quantidade a ambos os antecedentes ou a ambos os consequentes—equidifferença continua—meio differencial.

45ª LIÇÃO.—Proporção por quociente—propriedade fundamental—reciproca—multiplicar ou dividir pela mesma quantidade ambos os antecedentes ou ambos os consequentes—regra para determinar um termo incognito.

Regra de tres

46ª LIÇÃO.—Definição—regra de tres simples—directa—inversa—termos principaes—termos relativos—regra para armar uma proporção directa—regra para armar uma proporção inversa.

Regra de tres composta

47ª LIÇÃO.—Definição—analyse pelo methodo da unidade—methodo da unidade por uma só fracção—methodo da unidade por duas fracções.

Regra de juros

48ª LIÇÃO.—Definição—taxa—capital fixo 100— s , o capital— i , a taxa— t , o tempo— j , o juro—quatro formulas—regras para determinar um destes terminos sendo conhecidos os outros tres.

Regra de desconto

49ª LIÇÃO.—Desconto—definição—valor nominal—duas especies

de desconto—desconto por fóra—achar o desconto por fóra de uma letra de qualquer importancia—achar o valor actual de uma letra—formula do desconto por fóra—formula do valor actual no desconto por fóra—desconto por dentro—sua formula—comparação do desconto por dentro com o desconto por fóra.

Regra de companhia

50ª LIÇÃO.—Definição—o ganho ou perda é proporcional ás entradas quando o tempo é igual—proporcional ao tempo se as entradas são iguaes—proporcional ao producto das entradas pelos tempos se as entradas e os tempos são diversos—dividir um numero em partes proporcionaes—regras—formulas.

Regra de liga

51ª LIÇÃO.—Dous casos—regras—exemplos.

SIGNAES

- + Que quer dizer *mais*, e exprime addição.
 - Que quer dizer *menos*, e exprime subtracção.
 - × Que quer dizer *multiplicado por*, e exprime multiplicação.
 - : Que quer dizer *dividido por*, e exprime divisão.
 - = Que quer dizer *igual a*, e exprime igualdade.
 - : ou . Que quer dizer *está para*.
 - :: ou : Que quer dizer *assim como*, e exprime igual a.
 - $\frac{\circ}{\%}$ Que quer dizer *por cento*.
 - $\vee \wedge$ Que quer dizer *maior do que* } e exprime des-
 - $\vee \wedge$ Que quer dizer *menor do que* } igualdade.
-

TABOADAS

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

~~~~~

### Dos que vão

|    |     |     |     |     |          |
|----|-----|-----|-----|-----|----------|
| De | 10  | até | 19  | vai | 1        |
| De | 20  | até | 29  | vão | 2        |
| De | 30  | até | 39  | vão | 3        |
| De | 40  | até | 49  | vão | 4        |
| De | 50  | até | 59  | vão | 5        |
| De | 60  | até | 69  | vão | 6        |
| De | 70  | até | 79  | vão | 7        |
| De | 80  | até | 89  | vão | 8        |
| De | 90  | até | 99  | vão | 9        |
| De | 100 | até | 109 | vão | 10       |
| De | 110 | até | 119 | vão | 11, etc. |

### Sommar de I em I até 100

|    |   |   |   |    |    |   |   |   |    |    |   |   |   |     |
|----|---|---|---|----|----|---|---|---|----|----|---|---|---|-----|
| 1  | + | 1 | = | 2  | 34 | + | 1 | = | 35 | 67 | + | 1 | = | 68  |
| 2  |   | 1 |   | 3  | 35 |   | 1 |   | 36 | 68 |   | 1 |   | 69  |
| 3  |   | 1 |   | 4  | 36 |   | 1 |   | 37 | 69 |   | 1 |   | 70  |
| 4  |   | 1 |   | 5  | 37 |   | 1 |   | 38 | 70 |   | 1 |   | 71  |
| 5  |   | 1 |   | 6  | 38 |   | 1 |   | 39 | 71 |   | 1 |   | 72  |
| 6  |   | 1 |   | 7  | 39 |   | 1 |   | 40 | 72 |   | 1 |   | 73  |
| 7  |   | 1 |   | 8  | 40 |   | 1 |   | 41 | 73 |   | 1 |   | 74  |
| 8  |   | 1 |   | 9  | 41 |   | 1 |   | 42 | 74 |   | 1 |   | 75  |
| 9  |   | 1 |   | 10 | 42 |   | 1 |   | 43 | 75 |   | 1 |   | 76  |
| 10 |   | 1 |   | 11 | 43 |   | 1 |   | 44 | 76 |   | 1 |   | 77  |
| 11 |   | 1 |   | 12 | 44 |   | 1 |   | 45 | 77 |   | 1 |   | 78  |
| 12 |   | 1 |   | 13 | 45 |   | 1 |   | 46 | 78 |   | 1 |   | 79  |
| 13 |   | 1 |   | 14 | 46 |   | 1 |   | 47 | 79 |   | 1 |   | 80  |
| 14 |   | 1 |   | 15 | 47 |   | 1 |   | 48 | 80 |   | 1 |   | 81  |
| 15 |   | 1 |   | 16 | 48 |   | 1 |   | 49 | 81 |   | 1 |   | 82  |
| 16 |   | 1 |   | 17 | 49 |   | 1 |   | 50 | 82 |   | 1 |   | 83  |
| 17 |   | 1 |   | 18 | 50 |   | 1 |   | 51 | 83 |   | 1 |   | 84  |
| 18 |   | 1 |   | 19 | 51 |   | 1 |   | 52 | 84 |   | 1 |   | 85  |
| 19 |   | 1 |   | 20 | 52 |   | 1 |   | 53 | 85 |   | 1 |   | 86  |
| 20 |   | 1 |   | 21 | 53 |   | 1 |   | 54 | 86 |   | 1 |   | 87  |
| 21 |   | 1 |   | 22 | 54 |   | 1 |   | 55 | 87 |   | 1 |   | 88  |
| 22 |   | 1 |   | 23 | 55 |   | 1 |   | 56 | 88 |   | 1 |   | 89  |
| 23 |   | 1 |   | 24 | 56 |   | 1 |   | 57 | 89 |   | 1 |   | 90  |
| 24 |   | 1 |   | 25 | 57 |   | 1 |   | 58 | 90 |   | 1 |   | 91  |
| 25 |   | 1 |   | 26 | 58 |   | 1 |   | 59 | 91 |   | 1 |   | 92  |
| 26 |   | 1 |   | 27 | 59 |   | 1 |   | 60 | 92 |   | 1 |   | 93  |
| 27 |   | 1 |   | 28 | 60 |   | 1 |   | 61 | 93 |   | 1 |   | 94  |
| 28 |   | 1 |   | 29 | 61 |   | 1 |   | 62 | 94 |   | 1 |   | 95  |
| 29 |   | 1 |   | 30 | 62 |   | 1 |   | 63 | 95 |   | 1 |   | 96  |
| 30 |   | 1 |   | 31 | 63 |   | 1 |   | 64 | 96 |   | 1 |   | 97  |
| 31 |   | 1 |   | 32 | 64 |   | 1 |   | 65 | 97 |   | 1 |   | 98  |
| 32 |   | 1 |   | 33 | 65 |   | 1 |   | 66 | 98 |   | 1 |   | 99  |
| 33 |   | 1 |   | 34 | 66 |   | 1 |   | 67 | 99 |   | 1 |   | 100 |

### Sommar de 2 em 2 até 100

|    |   |   |   |    |    |   |   |   |    |    |   |   |   |     |
|----|---|---|---|----|----|---|---|---|----|----|---|---|---|-----|
| 2  | + | 2 | = | 4  | 36 | + | 2 | = | 38 | 70 | + | 2 | = | 72  |
| 4  |   | 2 |   | 6  | 38 |   | 2 |   | 40 | 72 |   | 2 |   | 74  |
| 6  |   | 2 |   | 8  | 40 |   | 2 |   | 42 | 74 |   | 2 |   | 76  |
| 8  |   | 2 |   | 10 | 42 |   | 2 |   | 44 | 76 |   | 2 |   | 78  |
| 10 |   | 2 |   | 12 | 44 |   | 2 |   | 46 | 78 |   | 2 |   | 80  |
| 12 |   | 2 |   | 14 | 46 |   | 2 |   | 48 | 80 |   | 2 |   | 82  |
| 14 |   | 2 |   | 16 | 48 |   | 2 |   | 50 | 82 |   | 2 |   | 84  |
| 16 |   | 2 |   | 18 | 50 |   | 2 |   | 52 | 84 |   | 2 |   | 86  |
| 18 |   | 2 |   | 20 | 52 |   | 2 |   | 54 | 86 |   | 2 |   | 88  |
| 20 |   | 2 |   | 22 | 54 |   | 2 |   | 56 | 88 |   | 2 |   | 90  |
| 22 |   | 2 |   | 24 | 56 |   | 2 |   | 58 | 90 |   | 2 |   | 92  |
| 24 |   | 2 |   | 26 | 58 |   | 2 |   | 60 | 92 |   | 2 |   | 94  |
| 26 |   | 2 |   | 28 | 60 |   | 2 |   | 62 | 94 |   | 2 |   | 96  |
| 28 |   | 2 |   | 30 | 62 |   | 2 |   | 64 | 96 |   | 2 |   | 98  |
| 30 |   | 2 |   | 32 | 64 |   | 2 |   | 66 | 98 |   | 2 |   | 100 |
| 32 |   | 2 |   | 34 | 66 |   | 2 |   | 68 |    |   |   |   |     |
| 34 |   | 2 |   | 36 | 68 |   | 2 |   | 70 |    |   |   |   |     |

### Sommar de 3 em 3 até 102

|    |   |   |   |    |    |   |   |   |    |    |   |   |   |     |
|----|---|---|---|----|----|---|---|---|----|----|---|---|---|-----|
| 3  | + | 3 | = | 6  | 36 | + | 3 | = | 39 | 69 | + | 3 | = | 72  |
| 6  |   | 3 |   | 9  | 39 |   | 3 |   | 42 | 72 |   | 3 |   | 75  |
| 9  |   | 3 |   | 12 | 42 |   | 3 |   | 45 | 75 |   | 3 |   | 78  |
| 12 |   | 3 |   | 15 | 45 |   | 3 |   | 48 | 78 |   | 3 |   | 81  |
| 15 |   | 3 |   | 18 | 48 |   | 3 |   | 51 | 81 |   | 3 |   | 84  |
| 18 |   | 3 |   | 21 | 51 |   | 3 |   | 54 | 84 |   | 3 |   | 87  |
| 21 |   | 3 |   | 24 | 54 |   | 3 |   | 57 | 87 |   | 3 |   | 90  |
| 24 |   | 3 |   | 27 | 57 |   | 3 |   | 60 | 90 |   | 3 |   | 93  |
| 27 |   | 3 |   | 30 | 60 |   | 3 |   | 63 | 93 |   | 3 |   | 96  |
| 30 |   | 3 |   | 33 | 63 |   | 3 |   | 66 | 96 |   | 3 |   | 99  |
| 33 |   | 3 |   | 36 | 66 |   | 3 |   | 69 | 99 |   | 3 |   | 102 |



### Sommar de 4 em 4 até 100

|    |   |   |   |    |    |   |   |   |    |    |   |   |   |     |
|----|---|---|---|----|----|---|---|---|----|----|---|---|---|-----|
| 4  | + | 4 | = | 8  | 36 | + | 4 | = | 40 | 68 | + | 4 | = | 72  |
| 8  |   | 4 |   | 12 | 40 |   | 4 |   | 44 | 72 |   | 4 |   | 76  |
| 12 |   | 4 |   | 16 | 44 |   | 4 |   | 48 | 76 |   | 4 |   | 80  |
| 16 |   | 4 |   | 20 | 48 |   | 4 |   | 52 | 80 |   | 4 |   | 84  |
| 20 |   | 4 |   | 24 | 52 |   | 4 |   | 56 | 84 |   | 4 |   | 88  |
| 24 |   | 4 |   | 28 | 56 |   | 4 |   | 60 | 88 |   | 4 |   | 92  |
| 28 |   | 4 |   | 32 | 60 |   | 4 |   | 64 | 92 |   | 4 |   | 96  |
| 32 |   | 4 |   | 36 | 64 |   | 4 |   | 68 | 96 |   | 4 |   | 100 |

### Sommar de 5 em 5 até 100

|    |   |   |   |    |    |   |   |   |    |    |   |   |   |     |
|----|---|---|---|----|----|---|---|---|----|----|---|---|---|-----|
| 5  | + | 5 | = | 10 | 40 | + | 5 | = | 45 | 75 | + | 5 | = | 80  |
| 10 |   | 5 |   | 15 | 45 |   | 5 |   | 50 | 80 |   | 5 |   | 85  |
| 15 |   | 5 |   | 20 | 50 |   | 5 |   | 55 | 85 |   | 5 |   | 90  |
| 20 |   | 5 |   | 25 | 55 |   | 5 |   | 60 | 90 |   | 5 |   | 95  |
| 25 |   | 5 |   | 30 | 60 |   | 5 |   | 65 | 95 |   | 5 |   | 100 |
| 30 |   | 5 |   | 35 | 65 |   | 5 |   | 70 |    |   |   |   |     |
| 35 |   | 5 |   | 40 | 70 |   | 5 |   | 75 |    |   |   |   |     |

### Sommar de 6 em 6 até 102

|    |   |   |   |    |    |   |   |   |    |    |   |   |   |     |
|----|---|---|---|----|----|---|---|---|----|----|---|---|---|-----|
| 6  | + | 6 | = | 12 | 42 | + | 6 | = | 48 | 78 | + | 6 | = | 84  |
| 12 |   | 6 |   | 18 | 48 |   | 6 |   | 54 | 84 |   | 6 |   | 90  |
| 18 |   | 6 |   | 24 | 54 |   | 6 |   | 60 | 90 |   | 6 |   | 96  |
| 24 |   | 6 |   | 30 | 60 |   | 6 |   | 66 | 96 |   | 6 |   | 102 |
| 30 |   | 6 |   | 36 | 66 |   | 6 |   | 72 |    |   |   |   |     |
| 36 |   | 6 |   | 42 | 72 |   | 6 |   | 78 |    |   |   |   |     |

### Sommar

| De 7 em 7 até 105 |   |        | De 8 em 8 até 104 |   |        | De 9 em 9 até 108 |   |        |
|-------------------|---|--------|-------------------|---|--------|-------------------|---|--------|
| 7                 | + | 7 = 14 | 8                 | + | 8 = 16 | 9                 | + | 9 = 18 |
| 14                | 7 | 21     | 16                | 8 | 24     | 18                | 9 | 27     |
| 21                | 7 | 28     | 24                | 8 | 32     | 27                | 9 | 36     |
| 28                | 7 | 35     | 32                | 8 | 40     | 36                | 9 | 45     |
| 35                | 7 | 42     | 40                | 8 | 48     | 45                | 9 | 54     |
| 42                | 7 | 49     | 48                | 8 | 56     | 54                | 9 | 63     |
| 49                | 7 | 56     | 56                | 8 | 64     | 63                | 9 | 72     |
| 56                | 7 | 63     | 64                | 8 | 72     | 72                | 9 | 81     |
| 63                | 7 | 70     | 72                | 8 | 80     | 81                | 9 | 90     |
| 70                | 7 | 77     | 80                | 8 | 88     | 90                | 9 | 99     |
| 77                | 7 | 84     | 88                | 8 | 96     | 99                | 9 | 108    |
| 84                | 7 | 91     | 96                | 8 | 104    |                   |   |        |
| 91                | 7 | 98     |                   |   |        |                   |   |        |
| 98                | 7 | 105    |                   |   |        |                   |   |        |

### Sommar

| De 10 em 10 até 100 |    |         | De 11 em 11 até 110 |    |         | De 100 em 100 até 1000 |     |           |
|---------------------|----|---------|---------------------|----|---------|------------------------|-----|-----------|
| 10                  | +  | 10 = 20 | 11                  | +  | 11 = 22 | 100                    | +   | 100 = 200 |
| 20                  | 10 | 30      | 22                  | 11 | 33      | 200                    | 100 | 300       |
| 30                  | 10 | 40      | 33                  | 11 | 44      | 300                    | 100 | 400       |
| 40                  | 10 | 50      | 44                  | 11 | 55      | 400                    | 100 | 500       |
| 50                  | 10 | 60      | 55                  | 11 | 66      | 500                    | 100 | 600       |
| 60                  | 10 | 70      | 66                  | 11 | 77      | 600                    | 100 | 700       |
| 70                  | 10 | 80      | 77                  | 11 | 88      | 700                    | 100 | 800       |
| 80                  | 10 | 90      | 88                  | 11 | 99      | 800                    | 100 | 900       |
| 90                  | 10 | 100     | 99                  | 11 | 110     | 900                    | 100 | 1000      |

### Taboada de sommar

| Parcellas |   |    | Somma | Parcellas |   |   | Somma | Parcellas |    |   | Somma |    |   |    |
|-----------|---|----|-------|-----------|---|---|-------|-----------|----|---|-------|----|---|----|
| 1         | + | 1  | =     | 2         | 2 | + | 1     | =         | 3  | 3 | +     | 1  | = | 4  |
| 1         |   | 2  |       | 3         | 2 |   | 2     |           | 4  | 3 |       | 2  |   | 5  |
| 1         |   | 3  |       | 4         | 2 |   | 3     |           | 5  | 3 |       | 3  |   | 6  |
| 1         |   | 4  |       | 5         | 2 |   | 4     |           | 6  | 3 |       | 4  |   | 7  |
| 1         |   | 5  |       | 6         | 2 |   | 5     |           | 7  | 3 |       | 5  |   | 8  |
| 1         |   | 6  |       | 7         | 2 |   | 6     |           | 8  | 3 |       | 6  |   | 9  |
| 1         |   | 7  |       | 8         | 2 |   | 7     |           | 9  | 3 |       | 7  |   | 10 |
| 1         |   | 8  |       | 9         | 2 |   | 8     |           | 10 | 3 |       | 8  |   | 11 |
| 1         |   | 9  |       | 10        | 2 |   | 9     |           | 11 | 3 |       | 9  |   | 12 |
| 1         |   | 10 |       | 11        | 2 |   | 10    |           | 12 | 3 |       | 10 |   | 13 |
| 4         | + | 1  | =     | 5         | 5 | + | 1     | =         | 6  | 6 | +     | 1  | = | 7  |
| 4         |   | 2  |       | 6         | 5 |   | 2     |           | 7  | 6 |       | 2  |   | 8  |
| 4         |   | 3  |       | 7         | 5 |   | 3     |           | 8  | 6 |       | 3  |   | 9  |
| 4         |   | 4  |       | 8         | 5 |   | 4     |           | 9  | 6 |       | 4  |   | 10 |
| 4         |   | 5  |       | 9         | 5 |   | 5     |           | 10 | 6 |       | 5  |   | 11 |
| 4         |   | 6  |       | 10        | 5 |   | 6     |           | 11 | 6 |       | 6  |   | 12 |
| 4         |   | 7  |       | 11        | 5 |   | 7     |           | 12 | 6 |       | 7  |   | 13 |
| 4         |   | 8  |       | 12        | 5 |   | 8     |           | 13 | 6 |       | 8  |   | 14 |
| 4         |   | 9  |       | 13        | 5 |   | 9     |           | 14 | 6 |       | 9  |   | 15 |
| 4         |   | 10 |       | 14        | 5 |   | 10    |           | 15 | 6 |       | 10 |   | 16 |
| 7         | + | 1  | =     | 8         | 8 | + | 1     | =         | 9  | 9 | +     | 1  | = | 10 |
| 7         |   | 2  |       | 9         | 8 |   | 2     |           | 10 | 9 |       | 2  |   | 11 |
| 7         |   | 3  |       | 10        | 8 |   | 3     |           | 11 | 9 |       | 3  |   | 12 |
| 7         |   | 4  |       | 11        | 8 |   | 4     |           | 12 | 9 |       | 4  |   | 13 |
| 7         |   | 5  |       | 12        | 8 |   | 5     |           | 13 | 9 |       | 5  |   | 14 |
| 7         |   | 6  |       | 13        | 8 |   | 6     |           | 14 | 9 |       | 6  |   | 15 |
| 7         |   | 7  |       | 14        | 8 |   | 7     |           | 15 | 9 |       | 7  |   | 16 |
| 7         |   | 8  |       | 15        | 8 |   | 8     |           | 16 | 9 |       | 8  |   | 17 |
| 7         |   | 9  |       | 16        | 8 |   | 9     |           | 17 | 9 |       | 9  |   | 18 |
| 7         |   | 10 |       | 17        | 8 |   | 10    |           | 18 | 9 |       | 10 |   | 19 |

### Taboada de diminuir

| Minuendo | Subtraendo | Resto | Minuendo | Subtraendo | Resto | Minuendo | Subtraendo | Resto |
|----------|------------|-------|----------|------------|-------|----------|------------|-------|
| 1        | — 1        | = 0   | 2        | — 2        | = 0   | 3        | — 3        | = 0   |
| 2        | 1          | 1     | 3        | 2          | 1     | 4        | 3          | 1     |
| 3        | 1          | 2     | 4        | 2          | 2     | 5        | 3          | 2     |
| 4        | 1          | 3     | 5        | 2          | 3     | 6        | 3          | 3     |
| 5        | 1          | 4     | 6        | 2          | 4     | 7        | 3          | 4     |
| 6        | 1          | 5     | 7        | 2          | 5     | 8        | 3          | 5     |
| 7        | 1          | 6     | 8        | 2          | 6     | 9        | 3          | 6     |
| 8        | 1          | 7     | 9        | 2          | 7     | 10       | 3          | 7     |
| 9        | 1          | 8     | 10       | 2          | 8     | 11       | 3          | 8     |
| 10       | 1          | 9     | 11       | 2          | 9     | 12       | 3          | 9     |
| 4        | — 4        | = 0   | 5        | — 5        | = 0   | 6        | — 6        | = 0   |
| 5        | 4          | 1     | 6        | 5          | 1     | 7        | 6          | 1     |
| 6        | 4          | 2     | 7        | 5          | 2     | 8        | 6          | 2     |
| 7        | 4          | 3     | 8        | 5          | 3     | 9        | 6          | 3     |
| 8        | 4          | 4     | 9        | 5          | 4     | 10       | 6          | 4     |
| 9        | 4          | 5     | 10       | 5          | 5     | 11       | 6          | 5     |
| 10       | 4          | 6     | 11       | 5          | 6     | 12       | 6          | 6     |
| 11       | 4          | 7     | 12       | 5          | 7     | 13       | 6          | 7     |
| 12       | 4          | 8     | 13       | 5          | 8     | 14       | 6          | 8     |
| 13       | 4          | 9     | 14       | 5          | 9     | 15       | 6          | 9     |
| 7        | — 7        | = 0   | 8        | — 8        | = 0   | 9        | — 9        | = 0   |
| 8        | 7          | 1     | 9        | 8          | 1     | 10       | 9          | 1     |
| 9        | 7          | 2     | 10       | 8          | 2     | 11       | 9          | 2     |
| 10       | 7          | 3     | 11       | 8          | 3     | 12       | 9          | 3     |
| 11       | 7          | 4     | 12       | 8          | 4     | 13       | 9          | 4     |
| 12       | 7          | 5     | 13       | 8          | 5     | 14       | 9          | 5     |
| 13       | 7          | 6     | 14       | 8          | 6     | 15       | 9          | 6     |
| 14       | 7          | 7     | 15       | 8          | 7     | 16       | 9          | 7     |
| 15       | 7          | 8     | 16       | 8          | 8     | 17       | 9          | 8     |
| 16       | 7          | 9     | 17       | 8          | 9     | 18       | 9          | 9     |

## Taboada de multiplicar

| Multipli-<br>cando | Multipli-<br>cador | Producto | Noves fóra | Multipli-<br>cando | Multipli-<br>cador | Producto | Noves fóra | Multipli-<br>cando | Multipli-<br>cador | Producto | Noves fóra |
|--------------------|--------------------|----------|------------|--------------------|--------------------|----------|------------|--------------------|--------------------|----------|------------|
| 2                  | 1                  | 2        |            | 3                  | 1                  | 3        |            | 4                  | 1                  | 4        |            |
| 2                  | 2                  | 4        |            | 3                  | 2                  | 6        |            | 4                  | 2                  | 8        |            |
| 2                  | 3                  | 6        |            | 3                  | 3                  | 9        | 0          | 4                  | 3                  | 12       | 3          |
| 2                  | 4                  | 8        |            | 3                  | 4                  | 12       | 3          | 4                  | 4                  | 16       | 7          |
| 2                  | 5                  | 10       | 1          | 3                  | 5                  | 15       | 6          | 4                  | 5                  | 20       | 2          |
| 2                  | 6                  | 12       | 3          | 3                  | 6                  | 18       | 0          | 4                  | 6                  | 24       | 6          |
| 2                  | 7                  | 14       | 5          | 3                  | 7                  | 21       | 3          | 4                  | 7                  | 28       | 1          |
| 2                  | 8                  | 16       | 7          | 3                  | 8                  | 24       | 6          | 4                  | 8                  | 32       | 5          |
| 2                  | 9                  | 18       | 0          | 3                  | 9                  | 27       | 0          | 4                  | 9                  | 36       | 0          |
| 2                  | 10                 | 20       | 2          | 3                  | 10                 | 30       | 3          | 4                  | 10                 | 40       | 4          |
| 5                  | 1                  | 5        |            | 6                  | 1                  | 6        |            | 7                  | 1                  | 7        |            |
| 5                  | 2                  | 10       | 1          | 6                  | 2                  | 12       | 3          | 7                  | 2                  | 14       | 5          |
| 5                  | 3                  | 15       | 6          | 6                  | 3                  | 18       | 0          | 7                  | 3                  | 21       | 3          |
| 5                  | 4                  | 20       | 2          | 6                  | 4                  | 24       | 6          | 7                  | 4                  | 28       | 1          |
| 5                  | 5                  | 25       | 7          | 6                  | 5                  | 30       | 3          | 7                  | 5                  | 35       | 8          |
| 5                  | 6                  | 30       | 3          | 6                  | 6                  | 36       | 0          | 7                  | 6                  | 42       | 6          |
| 5                  | 7                  | 35       | 8          | 6                  | 7                  | 42       | 6          | 7                  | 7                  | 49       | 4          |
| 5                  | 8                  | 40       | 4          | 6                  | 8                  | 48       | 3          | 7                  | 8                  | 56       | 2          |
| 5                  | 9                  | 45       | 0          | 6                  | 9                  | 54       | 0          | 7                  | 9                  | 63       | 0          |
| 5                  | 10                 | 50       | 5          | 6                  | 10                 | 60       | 6          | 7                  | 10                 | 70       | 7          |
| 8                  | 1                  | 8        |            | 9                  | 1                  | 9        | 0          | 10                 | 1                  | 10       | 1          |
| 8                  | 2                  | 16       | 7          | 9                  | 2                  | 18       | 0          | 10                 | 2                  | 20       | 2          |
| 8                  | 3                  | 24       | 6          | 9                  | 3                  | 27       | 0          | 10                 | 3                  | 30       | 3          |
| 8                  | 4                  | 32       | 5          | 9                  | 4                  | 36       | 0          | 10                 | 4                  | 40       | 4          |
| 8                  | 5                  | 40       | 4          | 9                  | 5                  | 45       | 0          | 10                 | 5                  | 50       | 5          |
| 8                  | 6                  | 48       | 3          | 9                  | 6                  | 54       | 0          | 10                 | 6                  | 60       | 6          |
| 8                  | 7                  | 56       | 2          | 9                  | 7                  | 63       | 0          | 10                 | 7                  | 70       | 7          |
| 8                  | 8                  | 64       | 1          | 9                  | 8                  | 72       | 0          | 10                 | 8                  | 80       | 8          |
| 8                  | 9                  | 72       | 0          | 9                  | 9                  | 81       | 0          | 10                 | 9                  | 90       | 0          |
| 8                  | 10                 | 80       | 8          | 9                  | 10                 | 90       | 0          | 10                 | 10                 | 100      | 1          |

## Taboada de dividir

| Dividendo | Divisor | Quociente | Dividendo | Divisor | Quociente | Dividendo | Divisor | Quociente |
|-----------|---------|-----------|-----------|---------|-----------|-----------|---------|-----------|
| 1         | :       | 1 = 1     | 2         | :       | 2 = 1     | 3         | :       | 3 = 1     |
| 2         |         | 1 2       | 4         |         | 2 2       | 6         |         | 3 2       |
| 3         |         | 1 3       | 6         |         | 2 3       | 9         |         | 3 3       |
| 4         |         | 1 4       | 8         |         | 2 4       | 12        |         | 3 4       |
| 5         |         | 1 5       | 10        |         | 2 5       | 15        |         | 3 5       |
| 6         |         | 1 6       | 12        |         | 2 6       | 18        |         | 3 6       |
| 7         |         | 1 7       | 14        |         | 2 7       | 21        |         | 3 7       |
| 8         |         | 1 8       | 16        |         | 2 8       | 24        |         | 3 8       |
| 9         |         | 1 9       | 18        |         | 2 9       | 27        |         | 3 9       |
| 10        |         | 1 10      | 20        |         | 2 10      | 30        |         | 3 10      |
| 4         | :       | 4 = 1     | 5         | :       | 5 = 1     | 6         | :       | 6 = 1     |
| 8         |         | 4 2       | 10        |         | 5 2       | 12        |         | 6 2       |
| 12        |         | 4 3       | 15        |         | 5 3       | 18        |         | 6 3       |
| 16        |         | 4 4       | 20        |         | 5 4       | 24        |         | 6 4       |
| 20        |         | 4 5       | 25        |         | 5 5       | 30        |         | 6 5       |
| 24        |         | 4 6       | 30        |         | 5 6       | 36        |         | 6 6       |
| 28        |         | 4 7       | 35        |         | 5 7       | 42        |         | 6 7       |
| 32        |         | 4 8       | 40        |         | 5 8       | 48        |         | 6 8       |
| 36        |         | 4 9       | 45        |         | 5 9       | 54        |         | 6 9       |
| 40        |         | 4 10      | 50        |         | 5 10      | 60        |         | 6 10      |
| 7         | :       | 7 = 1     | 8         | :       | 8 = 1     | 9         | :       | 9 = 1     |
| 14        |         | 7 2       | 16        |         | 8 2       | 18        |         | 9 2       |
| 21        |         | 7 3       | 24        |         | 8 3       | 27        |         | 9 3       |
| 28        |         | 7 4       | 32        |         | 8 4       | 36        |         | 9 4       |
| 35        |         | 7 5       | 40        |         | 8 5       | 45        |         | 9 5       |
| 42        |         | 7 6       | 48        |         | 8 6       | 54        |         | 9 6       |
| 49        |         | 7 7       | 56        |         | 8 7       | 63        |         | 9 7       |
| 56        |         | 7 8       | 64        |         | 8 8       | 72        |         | 9 8       |
| 63        |         | 7 9       | 72        |         | 8 9       | 81        |         | 9 9       |
| 70        |         | 7 10      | 80        |         | 8 10      | 90        |         | 9 10      |

## Numeração romana

| NS. ROMANOS  | ARABICOS | NS. ROMANOS | ARABICOS           |        |         |
|--------------|----------|-------------|--------------------|--------|---------|
| I.....       | vale..   | 1           | XLVIII.....        | vale.. | 48      |
| II.....      | »        | 2           | XLIX.....          | »      | 49      |
| III.....     | »        | 3           | L.....             | »      | 50      |
| IV.....      | »        | 4           | LX.....            | »      | 60      |
| V.....       | »        | 5           | LXX.....           | »      | 70      |
| VI.....      | »        | 6           | LXXX.....          | »      | 80      |
| VII.....     | »        | 7           | XC.....            | »      | 90      |
| VIII.....    | »        | 8           | C.....             | »      | 100     |
| IX.....      | »        | 9           | CI.....            | »      | 101     |
| X.....       | »        | 10          | CII.....           | »      | 102     |
| XI.....      | »        | 11          | CIII.....          | »      | 103     |
| XII.....     | »        | 12          | CIV.....           | »      | 104     |
| XIII.....    | »        | 13          | CV.....            | »      | 105     |
| XIV.....     | »        | 14          | CVI.....           | »      | 106     |
| XV.....      | »        | 15          | CVII.....          | »      | 107     |
| XVI.....     | »        | 16          | CVIII.....         | »      | 108     |
| XVII.....    | »        | 17          | CIX.....           | »      | 109     |
| XVIII.....   | »        | 18          | CX.....            | »      | 110     |
| XIX.....     | »        | 19          | CXX.....           | »      | 120     |
| XX.....      | »        | 20          | CXXX.....          | »      | 130     |
| XXI.....     | »        | 21          | CXL.....           | »      | 140     |
| XXII.....    | »        | 22          | CL.....            | »      | 150     |
| XXIII.....   | »        | 23          | CLX.....           | »      | 160     |
| XXIV.....    | »        | 24          | CLXX.....          | »      | 170     |
| XXV.....     | »        | 25          | CLXXX.....         | »      | 180     |
| XXVI.....    | »        | 26          | CXC.....           | »      | 190     |
| XXVII.....   | »        | 27          | CC.....            | »      | 200     |
| XXVIII.....  | »        | 28          | CCO.....           | »      | 300     |
| XXIX.....    | »        | 29          | CD.....            | »      | 400     |
| XXX.....     | »        | 30          | D ou IQ.....       | »      | 500     |
| XXXI.....    | »        | 31          | DC.....            | »      | 600     |
| XXXII.....   | »        | 32          | DCC ou IQCC.....   | »      | 700     |
| XXXIII.....  | »        | 33          | DCCC.....          | »      | 800     |
| XXXIV.....   | »        | 34          | DCCCC.....         | »      | 900     |
| XXXV.....    | »        | 35          | M.....             | »      | 1000    |
| XXXVI.....   | »        | 36          | IIM.....           | »      | 2000    |
| XXXVII.....  | »        | 37          | IIM.....           | »      | 3000    |
| XXXVIII..... | »        | 38          | IIM.....           | »      | 4000    |
| XXXIX.....   | »        | 39          | VM ou IQO.....     | »      | 5000    |
| XL.....      | »        | 40          | VIM.....           | »      | 6000    |
| XLI.....     | »        | 41          | VIM.....           | »      | 7000    |
| XLII.....    | »        | 42          | VIM.....           | »      | 8000    |
| XLIII.....   | »        | 43          | IXM.....           | »      | 9000    |
| XLIV.....    | »        | 44          | XM ou CCIOO.....   | »      | 10000   |
| XLV.....     | »        | 45          | LM ou IQOO.....    | »      | 50000   |
| XLVI.....    | »        | 46          | CM ou CCCIQOO..... | »      | 100000  |
| XLVII.....   | »        | 47          | CCCCIQOO.....      | »      | 1000000 |

## Valores em réis

| VINTENS                    |     | Réis |                           | Réis    |
|----------------------------|-----|------|---------------------------|---------|
|                            |     |      | Quarenta e nove vintens.. | 980     |
| Um vintem.....             | 20  |      | Cincoenta vintens.....    | 1\$000  |
| Dous vintens.....          | 40  |      |                           |         |
| Tres vintens.....          | 60  |      | <b>TOSTÕES</b>            |         |
| Quatro vintens.....        | 80  |      | Um tostão.....            | 100     |
| Cinco vintens.....         | 100 |      | Dous tostões.....         | 200     |
| Seis vintens.....          | 120 |      | Tres tostões.....         | 300     |
| Sete vintens.....          | 140 |      | Quatro tostões.....       | 400     |
| Oito vintens.....          | 160 |      | Cinco tostões.....        | 500     |
| Nove vintens.....          | 180 |      | Seis tostões.....         | 600     |
| Dez vintens.....           | 200 |      | Sete tostões.....         | 700     |
| Onze vintens.....          | 220 |      | Oito tostões.....         | 800     |
| Doze vintens.....          | 240 |      | Nove tostões.....         | 900     |
| Treze vintens.....         | 260 |      | Dez tostões.....          | 1\$000  |
| Quatorze vintens.....      | 280 |      | Onze tostões.....         | 1\$100  |
| Quinze vintens.....        | 300 |      | Doze tostões.....         | 1\$200  |
| Dezesseis vintens.....     | 320 |      | Treze tostões.....        | 1\$300  |
| Dezesete vintens.....      | 340 |      | Quatorze tostões.....     | 1\$400  |
| Dezoito vintens.....       | 360 |      | Quinze tostões.....       | 1\$500  |
| Dezenove vintens.....      | 380 |      | Dezesete tostões.....     | 1\$600  |
| Vinte vintens.....         | 400 |      | Dezesete tostões.....     | 1\$700  |
| Vinte e um vintens.....    | 420 |      | Dezoito tostões.....      | 1\$800  |
| Vinte e dous vintens.....  | 440 |      | Dezenove tostões.....     | 1\$900  |
| Vinte e tres vintens.....  | 460 |      | Vinte tostões.....        | 2\$000  |
| Vinte e quatro vintens..   | 480 |      | Trinta tostões.....       | 3\$000  |
| Vinte e cinco vintens....  | 500 |      | Quarenta tostões.....     | 4\$000  |
| Vinte e seis vintens....   | 520 |      | Cincoenta tostões.....    | 5\$000  |
| Vinte e sete vintens....   | 540 |      | Sessenta tostões.....     | 6\$000  |
| Vinte e oito vintens....   | 560 |      | Setenta tostões.....      | 7\$000  |
| Vinte e nove vintens....   | 580 |      | Oitenta tostões.....      | 8\$000  |
| Trinta vintens.....        | 600 |      | Noventa tostões.....      | 9\$000  |
| Trinta e um vintens....    | 620 |      | Cem tostões.....          | 10\$000 |
| Trinta e dous vintens...   | 640 |      |                           |         |
| Trinta e tres vintens....  | 660 |      | <b>CRUZADOS</b>           |         |
| Trinta e quatro vintens..  | 680 |      | Um cruzado.....           | 400     |
| Trinta e cinco vintens...  | 700 |      | Dous cruzados.....        | 800     |
| Trinta e seis vintens....  | 720 |      |                           |         |
| Trinta e sete vintens....  | 740 |      | <b>PATACAS</b>            |         |
| Trinta e oito vintens....  | 760 |      | Meia pataca.....          | 160     |
| Trinta e nove vintens...   | 780 |      | Uma pataca.....           | 320     |
| Quarenta vintens.....      | 800 |      | Duas patacas.....         | 640     |
| Quarenta e um vintens..    | 820 |      | Tres patacas.....         | 960     |
| Quarenta e dous vintens.   | 840 |      | Quatro patacas.....       | 1\$280  |
| Quarenta e tres vintens..  | 860 |      | Cinco patacas.....        | 1\$600  |
| Quarenta e quatro vintens  | 880 |      | Seis patacas.....         | 1\$920  |
| Quarenta e cinco vintens   | 900 |      | Sete patacas.....         | 2\$240  |
| Quarenta e seis vintens..  | 920 |      | Oito patacas.....         | 2\$560  |
| Quarenta e sete vintens..  | 940 |      | Nove patacas.....         | 2\$880  |
| Quarenta e oito vintens... | 960 |      | Dez patacas.....          | 3\$200  |



## DEFINIÇÕES

**Arithmetica** é a sciencia que ensina a effectuar sobre os numerôs todas as operações possiveis.

**Quantidade** ou **grandeza** é tudo o que é capaz de augmento ou diminuição, como: o tempo, o peso, etc.

A quantidade divide-se em *continua* e *descontinua*.

**Quantidade continua** é aquella que representa um todo seguido sem interrupção, como: o comprimento de uma rua, a superficie de uma praça, uma linha, etc.

**Quantidade descontinua** é aquella que representa um todo separado em partes distinctas, como: uma collecção de livros, um grupo de meninos, que concebemos cada um de per si.

**Unidade** é uma grandeza que serve de termo de comparação ás grandezas da mesma especie. Ex.: em 5 casas a unidade é uma casa; em 9 meninos, a unidade é um menino.

A unidade é *arbitraria* nas quantidades *continuas*, e *determinada* nas *descontinuas*.

**Numero** é o resultado da comparação de qualquer grandeza com a sua unidade.

Na comparação das grandezas com a unidade podem dar-se tres casos:

1.º A unidade contem-se exactamente na grandeza um certo numero de vezes, e resulta um numero inteiro.

2.º A unidade pôde conter-se na grandeza um certo numero de vezes e ficar ainda um resto, e tem-se um numero inteiro mais uma fracção.

3.º Pôde acontecer que a unidade seja maior do que a grandeza, e neste caso não se poderá conter nella nem uma só vez, e produzirá uma fracção.

**Numero inteiro** é o que se compõe de unidades, como: 1, 3, 8, 27, etc.

**Fracção** é qualquer parte da unidade, como:

dois terços  $\left(\frac{2}{3}\right)$ , sete decimos  $\left(\frac{7}{10}\right)$ , etc.

**Numero mixto** ou **fracçionario** é o que consta de inteiro e fracção, como: *tres dous quintos*

$\left( 3 \frac{2}{5} \right)$ , *dezesete um meio*  $\left( 17 \frac{1}{2} \right)$ , etc.

**Numero simples** ou **digito** é o que se representa com um só algarismo. *Taes são os nove primeiros numeros* : 1, 2, 3, etc... 9.

**Numero composto** é o que se representa com dous ou mais algarismos, como: 10, 11, 12, etc.

**Numero par** é o que se pode dividir por dous, como: 2, 4, 6, 8, etc.

**Numero impar** é o que se não pode dividir por dous, como: 1, 3, 5, 7, etc.

**Numero concreto** é o que se refere a uma determinada unidade, como: *3 livros, 5 canetas*.

**Numero abstracto** é o que se não refere a uma determinada unidade, como: *4, 2 vezes 7*, etc.

O numero divide-se em *classes*, e estas em *ordens*.

**Ordem** ou **casa** é o lugar occupado pelo algarismo.

**Classe** é a reunião de tres ordens de unidades.

## NUMERAÇÃO

**Numeração** é a arte de enunciar e escrever todos os numeros com um systema limitado de palavras e de algarismos.

A numeração divide-se em *fallada* e *escripta*.

**Numeração fallada** é a arte de representar os numeros com palavras.

**Numeração escripta** é a arte de representar os numeros com algarismos.

Os numeros são *infinitos*, e formam-se do seu antecedente mais uma unidade. *Deste modo* : *ajunta-se uma unidade a outra, e tem-se o numero 2; a este ajunta-se outra unidade e tem-se o numero 3, etc.*

Todos os numeros representam-se com dez caracteres ou signaes chamados *algarismos*.

A este modo geral de representar os numeros dá-se o nome de *systema decimal*: *que tem por base dez algarismos*.

Os algarismos são dez: nove significativos, e um insignificativo.

Os significativos tem valor proprio e são:

1      2      3      4      5      6      7      8      9

um, dous, tres, quatro, cinco, seis, sete, oito, nove.

Insignificativo é o *zero* ou *cifra* (0) que não tem valor proprio. Preenche, porém, dous fins: 1º assignala as casas onde não ha unidades dessa ordem; 2º dá aos outros algarismos o seu valor relativo.

As leis de *convenção* que regem o *systema* da numeração decimal são duas.

### **1.ª Lei da formação dos numeros:**

*Dez unidades de cada ordem formam uma unidade de ordem superior.*

As unidades das diversas ordens são, por *convenção*, representadas com os mesmos algarismos em ordem crescente da direita para a esquerda.

Ha muitas ordens de unidades.

1.ª — *As unidades simples* correspondentes aos nove primeiros numeros.

2.ª — *As dezenas* formadas de dez unidades.

3.ª — *As centenas* formadas de dez dezenas.

De cada tres ordens de unidades se compõe uma classe.

1.ª — *Classe das unidades* formada das ordens das unidades, dezenas e centenas de unidades.

2.ª — *Classe dos milhares* formada das ordens das unidades, dezenas e centenas de milhares.

3.ª — *Classe dos milhões* formada das ordens das unidades, dezenas e centenas de milhões.

### Valores das diversas ordeus

|                                |               |           |
|--------------------------------|---------------|-----------|
| <i>Unidade</i> vale.....       | 1             | (um).     |
| <i>Dezena</i> vale.....        | 10            | unidades. |
| <i>Centena</i> vale.....       | 100           | »         |
| <i>Milhar</i> vale.....        | 1,000         | »         |
| <i>Dezena de milhar</i> vale.  | 10,000        | »         |
| <i>Centena de milhar</i> vale. | 100,000       | »         |
| <i>Milhão ou conto</i> vale..  | 1,000,000     | »         |
| <i>Dezena de milhão</i> vale.  | 10,000,000    | »         |
| <i>Centena de milhão</i> vale. | 100,000,000   | »         |
| <i>Billião</i> vale.....       | 1,000,000,000 | »         |

**2.º Lei da numeração escripta:** *Todo o algarismo escripto á esquerda de outro vale dez vezes mais do que esse outro, e vice-versa.*

Os algarismos significativos tem dous valores: um *absoluto* e outro *relativo ou local*.

**Valor absoluto** é o que o algarismo tem pela sua fôrma. Como 3 que representa a reunião de tres unidades e vale tres: 7 que representa a reunião de sete unidades e vale sete.

**Valor relativo ou local** é o que o algarismo adquire pelo lugar que occupa. Ex. : 2 na ordem das unidades vale *dous*, na ordem das dezenas vale *vinte*, na ordem das centenas vale *duzentos*, etc.

Ha dous problemas na numeração: 1.º *Escrever um numero*; 2.º *Lê-o*.

#### Escrever um numero

**Regra.**—Collocam-se da esquerda para a direita os algarismos que representam as diversas ordens de unidades de que se compõe o numero, pondo zeros nas casas que faltarem.

Assim o numero *setenta e um* quadrilhões *dez* trilhões *trezentos e quarenta e cinco* billhões *seiscentos e setenta* milhões *sete* centos e *quinze* mil *seis* centos e *um*, escrever-se-á:

TABOA DE NUMERAÇÃO

|                |                |                |                |                |                |            |         |             |         |             |         |
|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|----------------|------------|---------|-------------|---------|-------------|---------|
| de quadrilhões |                | de trilhões    |                | de billhões    |                | de milhões |         | de milhares |         | de unidades |         |
| dezenas        | unidades       | centenas       | dezenas        | centenas       | dezenas        | centenas   | dezenas | centenas    | dezenas | centenas    | dezenas |
| unidades       |                | unidades       |                | unidades       |                | unidades   |         | unidades    |         | unidades    |         |
| 7              | 1,             | 010,           | 345,           | 670,           | 715,           | 601,       |         |             |         |             |         |
| 6 <sup>a</sup> | 5 <sup>a</sup> | 4 <sup>a</sup> | 3 <sup>a</sup> | 2 <sup>a</sup> | 1 <sup>a</sup> |            |         |             |         |             |         |
| classe         | classe         | classe         | classe         | classe         | classe         | classe     |         |             |         |             |         |

EXEMPLOS PARA PRATICAR

Escrever em algarismos os numeros seguintes :

1. Setenta e nove.
2. Nove centos e desesseis.
3. Quarenta mil seis centos e oitenta.
4. Seiscentos e quatro mil quinhentos e tres.
5. Trezentos mil e novecentos réis.
6. Cinco contos dez mil e vinte réis.

Lêr um numero

**Regra.**—Divide-se o numero em classes de tres algarismos da direita para a esquerda, podendo a ultima classe constar de um, dous, ou tres algarismos, e lê-se da esquerda para a direita, dando a cada classe a denominação respectiva.



EXERCICIO PRATICO

Lêr, os numeros seguintes :

|    |        |    |          |    |            |
|----|--------|----|----------|----|------------|
| 1. | 596    | 4. | 1330101  | 7. | 940101014  |
| 2. | 100140 | 5. | 211300   | 8. | 401010     |
| 3. | 9017   | 6. | 15810019 | 9. | 5017641003 |

**Decompôr um numero em suas diferentes ordens de unidades**

**Regra.** Divide-se o numero dado destacando-se as *unidades, dezenas, centenas, milhares, etc.*, de que elle se compõe.

Ex. :  $31743 = 30000 + 1000 + 700 + 40 + 3$

**Operações fundamentais**

**ADDIÇÃO**

**Definição.**—*Addicionar ou sommar é reunir dous ou mais numeros da mesma especie em um só que seja igual a todos juntos.*

A *addição tem por fim*, dados dous ou mais numeros, formar com elles um todo.

Os numeros que se addicionam chamam-se *addições* ou *parcelas*; e o resultado *somma* ou *total*.

**Regra.**—*Escrevem-se as parcelas umas debaixo das outras, de modo que as unidades de uma mesma ordem se correspondam em columnas verticaes; sublinha-se para separarem-se as parcelas da somma, e sommao-se todas as parcelas em columnas verticaes, começando da direita para a esquerda, ajuntando-se á columna seguinte as reservas da precedente, se houver.*

**Ex. :**

|         |           |                       |
|---------|-----------|-----------------------|
|         | 7 1 6 2   | 2ª somma (prova real) |
| }       | 1 4 9 2   | 7                     |
|         | + 1 5 0 0 |                       |
|         | 2 3 4 8   |                       |
|         | 1 8 2 2   |                       |
| 7 1 6 2 | 1ª somma  |                       |

Adições  
ou parcelas

} Prova dos nove.

**EXEMPLOS PARA PRATICAR**

| 2.     | 3.     | 4.      | 5.    | 6.         |
|--------|--------|---------|-------|------------|
| libras | metros | covados | kilos | reis       |
| 281    | 105    | 1458    | 45013 | 348\$120   |
| 802    | 311    | 2348    | 8107  | 29889      |
| 124    | 200    | 1789    | 95732 | 5901x390   |
| 110    | 162    | 4004    | 85615 | 876\$500   |
| 222    | 120    | 1822    | 989   | 7:743\$866 |
| 989    |        | 11416   |       |            |

7. Sommar 349+781+9141f+74387+83=Somma 167013.

8. A Europa tem 168 milhões de habitantes, a Asia 580 milhões, a Africa 92 milhões, a America 160 milhões e a Oceania 10 milhões. Qual é a população de toda a terra? Som.

9. Foi em 1500 o descobrimento do Brasil, e 522 annos depois fez elle a sua independencia. Qual a época da independencia do Brazil?

**Provas.**— Prova é um meio de verificar o resultado da operação.

Ha muitas provas; mas as mais communs são as chamadas *real* e *dos nove*.

**Prova dos nove.**— Tiram-se os nove ás parcelas e depois á somma, se as sobras forem iguaes supõe-se a conta certa.

**Prova real.**— Sublinha-se o total achado; somma-se de novo a conta de baixo para cima, e se a segunda somma fôr igual a primeira está certa a conta.

**OUTRA PROVA.**— Tambem se poderá verificar, sommando de novo a conta da esquerda para a direita.

\* Para os meninos acharem a somma por si mesmos.



## SUBTRACÇÃO

**Definição.** — *Subtrair é achar o resto, excesso ou differença, entre dous numeros da mesma especie.*

A subtracção tem por fim, dada a somma de dous numeros e um delles achar o outro.

O numero maior chama-se *minuendo*, o menor *subtraendo*, e o que resulta da operação, *resto, excesso ou differença*.

**Regra.** — Escreve-se o minuendo e em baixo o subtraendo, de modo que as unidades fiquem em baixo de unidades, dezenas em baixo de dezenas, etc.; feito isto sublinha-se, e subtrae-se da direita para a esquerda cada algarismo do subtraendo do seu correspondente no minuendo.

Quando o algarismo do subtraendo fôr maior do que o seu correspondente no minuendo, toma-se uma unidade ao algarismo immediato no minuendo, decompõe-se essa unidade em unidades da ordem de que se trata, ajuntam-se ás existentes e pratica-se a subtracção, considerando-se depois o algarismo á esquerda como diminuido dessa unidade.

Se esse algarismo fôr zero e a este seguirem-se mais zeros, considera-se o primeiro zero valendo de dez e todos os mais de nove.

Ex. :

|               |     |    |     |    |     |   |   |
|---------------|-----|----|-----|----|-----|---|---|
|               | 16  | 19 | 110 | 17 | 119 |   |   |
| Minuendo...   | 7   | 0  | 0   | 8  | 3   | 6 | } |
| Subtraendo.   | — 1 | 2  | 9   | 3  | 5   | 4 |   |
|               |     |    |     |    |     |   |   |
| Resto.....    | 5   | 7  | 1   | 4  | 8   | 2 |   |
| Prova real... | 7   | 0  | 0   | 8  | 3   | 6 |   |

EXEMPLOS PARA PRATICAR

|        | 2.       | 3.      | 4.     | 5.         | 6.        |
|--------|----------|---------|--------|------------|-----------|
|        | laranjas | arrobas | litros | kilometros | réis      |
| Tem    | 957      | 789     | 8108   | 571043     | 9:5873040 |
| Tira   | 526      | 653     | 932    | 9338       | 6:8088130 |
| Restão | 431      |         | 7171   |            |           |

7. 748—2859 Restão 4579 | 9. Tirando 3487 de 4888751 Ficção  
 8. Quem de 31074 tira 891. Ficção | 10. A differença entre 456 e 8701 é 8245  
 11. Quantos annos decorrerão entre as duas revoluções francezas, a de 1789 e a de 1830?  
 12. Qual é o numero que junto a 7841 dá 7873863?

**Prova dos nove.**— Tiram-se os nove ao minuendo e depois ao subtraendo juntamente com o resto, se as sobras forem iguaes suppõe-se certa a conta.

**Prova real.**— Somma-se o subtraendo com o resto e o resultado deve ser um numero igual ao minuendo.

MULTIPLICAÇÃO

**Definição.**— *Multiplicar é repetir um numero tantas vezes quantas são as unidades de outro numero dado.*

A multiplicação tem por fim, dados dous numeros formar com elles um producto.

O numero que se multiplica chama-se *multiplicando*; o pelo qual se multiplica, *multiplicador*; e ambos tomam o nome de *factores do producto*.

Ao resultado de cada algarismo do multiplicador pelo multiplicando dá-se o nome de *producto parcial*; e a somma dos productos parciaes, *producto geral*.

Em qualquer multiplicação ha tantos productos parciaes quantos são os algarismos significativos do multiplicador.

O producto deriva-se do multiplicando.

O producto está na razão directa dos factores, isto

é, cresce ou diminue, crescendo ou diminuindo qualquer dos factores.

O producto não se altera qualquer que seja a ordem em que se multipliquem os factores.

Multiplica-se um numero por 10, ajuntando-lhe á direita um zero, por 100 dous zeros, por 1000 tres, etc.

Se um, ou ambos os factores acabam em zeros, faz-se abstracção delles, accrescentando depois no producto geral tantos zeros quantos forem os abstraidos em um, ou ambos os factores.

Tres casos :

- 1.º Ambos os factores numeros simples.
- 2.º Um factor simples e outro composto.
- 3.º Ambos compostos.

O primeiro caso resolve-se pela taboada de multiplicar.

Segundo caso :

**Regra.**—Escreve-se o numero menor em baixo do maior ; sublinha-se para separar os factores do producto, e multiplica-se o numero simples do multiplicador por cada algarismo do multiplicando, da direita para a esquerda, levando as reservas de cada producto a ajuntar á ordem seguinte.

Ex. :

|                    |               |   |                 |
|--------------------|---------------|---|-----------------|
| Multiplicando..... | 1 4 5 3       | } | Prova dos nove. |
| Multiplicador..... | ×           7 |   |                 |
| Producto .....     | 1 0 1 7 1     |   |                 |

EXEMPLOS PARA PRATICAR

|             | 2.   | 3.   | 4.    | 5.      |
|-------------|------|------|-------|---------|
| Multiplicar | 492  | 6074 | 59109 | 674300  |
| por         | 3    | 2    | 9     | 5       |
|             | 1476 | —    | —     | 3371500 |



Ex. :

| Conta                                                                                             | Sua prova real                                                                                           |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\begin{array}{r} 1453 \\ \times 536 \\ \hline 8718 \\ 4359 \\ 7265 \\ \hline 778808 \end{array}$ | $\begin{array}{r} 536 \\ \times 1453 \\ \hline 1608 \\ 2680 \\ 2144 \\ 536 \\ \hline 778808 \end{array}$ |

**Outra prova.**—Divide-se o producto por um dos factores e deve vir no quociente o outro factor.

## DIVISÃO

**Definição.** — *Dividir ou repartir é achar quantas vezes um numero contém outro.*

A divisão tem por fim, dado o producto de dous factores e um delles, achar o outro factor.

O numero que se divide chama-se *dividendo*; o pelo qual se divide, *divisor*; o que mostra as vezes que o dividendo se contém no divisor, *quociente*; e o que fica por dividir, *resto da divisão*.

O dividendo e o divisor chamam-se *termos da divisão*.

O quociente está na razão directa do dividendo e inversa do divisor, isto é: quanto maior dividendo maior quociente, e quanto maior divisor menor quociente.

Aos diversos dividendos que se formam dos restos e dos algarismos que se baixam, dá-se o nome de *dividendos parciaes*.

Ha resto na divisão sempre que o dividendo não fôr multiplo do divisor.

O resto da divisão nunca pode ser maior que o divi-

sor; e quando o seja, o algarismo tomado para quociente é menor do que deveria ser.

Se, da multiplicação do algarismo tomado para quociente, pelo divisor, resultar um numero maior que o dividendo parcial, o algarismo escripto no quociente é maior do que deveria ser.

Divide-se um numero por 10, separando com uma virgula um algarismo á direita; por 100, dous; por 1000, tres, etc.

A supressão de igual numero de zeros em ambos os termos da divisão, não altera o quociente.

O quociente é *completo* ou *incompleto*.

*Quociente completo* é o que resulta de uma divisão exacta.

*Quociente incompleto, ou parte inteira do quociente*, é o que procede de uma divisão em que sobrou algum resto.

Tres casos :

1.º Um numero simples por outro, ou um numero composto de dous algarismos por um simples quando o quociente é simples.

2.º Um composto por um simples.

3.º Ambos compostos.

O primeiro caso resolve-se pela taboada de dividir.

2.º e 3.º caso :

**Regra.**—Colloca-se o divisor á direita do dividendo separados por uma chave de divisão. Tomam-se tantos algarismos á esquerda do dividendo, quantos forem precisos para conter o divisor ao menos uma vez; busca-se o numero de vezes que elle ahí se contém, e escreve-se no quociente o algarismo que representa esse numero; multiplica-se esse algarismo achado para o quociente por todo o divisor, subtrae-se o producto do dividendo, e continua-se a divisão. Quando porém, o resto com o algarismo que se ajuntar não contiver o

divisor, escreve-se zero no quociente, baixa-se o algarismo seguinte, e continua-se a operação.

Exemplo do segundo caso:

|                             |       |       |           |  |   |
|-----------------------------|-------|-------|-----------|--|---|
| Dividendo.                  | 40184 | 8     | divisor   |  |   |
| Dividendos }<br>parciaes. } | 0018  |       |           |  |   |
| Resto .....                 | 24    | 5023  | Quociente |  | } |
|                             | 00    | × 8   |           |  |   |
|                             |       | 40184 |           |  |   |

Prova real

|   |   |   |                |
|---|---|---|----------------|
| 8 | 8 | } | Prova dos nove |
| 1 | 8 |   |                |

**EXEMPLOS PARA PRATICAR**

|                        |           |                                |            |
|------------------------|-----------|--------------------------------|------------|
| 2.                     | 3.        | 4.                             | 5.         |
| 645   7<br>015 92<br>1 | 18705   5 | 95400   9<br>054 10600<br>0000 | 374087   8 |
|                        |           | Quociente      Resto           |            |

- 6. Dividir 74105 por 3.      24701. . . . . 2
- 7. Dividir 34567109 por 2 e 9430120 por 4.
- 8. O anno tem 365 dias. Tendo cada semana 7 dias, quantas semanas tem um anno?
- 9. Qual o numero que multiplicado por 2 dá o producto 10694 ?
- 10. João comprou 8 metros de seda por 54\$840: pergunta-se qual o custo de cada metro?

Exemplo do terceiro caso:

|                            |        |         |           |  |   |
|----------------------------|--------|---------|-----------|--|---|
| Dividendo.....             | 134560 | 79      | Divisor   |  |   |
| Dividendos }<br>parciaes } | 0555   |         |           |  | } |
| Resto da divisão....       | 00260  | 1703    | Quociente |  |   |
|                            | 23     | × 79    |           |  |   |
|                            |        | 15327   |           |  |   |
|                            |        | 11921   |           |  |   |
| Prova dos nove....         | 7   1  | 134537  |           |  |   |
|                            | 2   1  | + 230   |           |  |   |
|                            |        | 1345600 |           |  |   |

Prova real

EXEMPLOS PARA PRATICAR

|                                                                                                                                 |                         |                            |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|----------------------------|
| 2.                                                                                                                              | 3.                      | 4.                         |
| $\begin{array}{r} 60451 \overline{)94} \\ 0405 \phantom{0} \overline{)613} \\ 0291 \phantom{0} \\ 009 \phantom{00} \end{array}$ | $298764 \overline{)52}$ | $95180487 \overline{)678}$ |

- |                                                                                                                                                                              | Quociente    | Resto |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|-------|
| 5. Dividir 107689 por 907.                                                                                                                                                   | 118. . . . . | 668   |
| 6. Dividir 87546020 por 800 e 3090000 por 1000.                                                                                                                              |              |       |
| 7. Dividir 10000300 por 5288 e 8091401445 por 946325                                                                                                                         |              |       |
| 8. Uma mulher comprou um vestido com 23 metros por 76\$500. Quanto custou cada metro da fazenda?                                                                             |              |       |
| 9. Ha 90 graus de latitude do polo ao equador, e sendo esta distancia igual a 10,000,000 de metros, quantos metros tem um grau?                                              |              |       |
| 10. A luz do sol gasta para chegar á terra 8 minutos e 13 segundos, sendo a distancia percorrida pela luz de 34,600,000 leguas, quantas leguas percorre a luz em um segundo? |              |       |

**Prova dos nove.** — Tiram-se os nove ao divisor e ao quociente, multiplicam-se os dous resultados, ajunta-se-lhes o resto da divisão, se houver, extraem-se os nove desse numero, depois tirão-se os nove ao dividendo, e os dous resultados devem ser iguaes.

**Prova real.** — Multiplica-se o quociente pelo divisor ou vice-versa, ajunta-se o resto da divisão, se houver, o resultado deve ser um numero igual ao dividendo.

**Observação.** — Completa-se o quociente de uma divisão, com uma fracção, que tem para numerador o resto da divisão, e para denominador o numero que servio de divisor, como no exemplo de 3º caso.

IGUALDADES E DESIGUALDADES

Chama-se *igualdade* a duas quantidades do mesmo valor separadas pelo signal igual.

Ex. :  $5 + 3 = 8$



*Desigualdade* é a expressão de duas quantidades, representando valores diversos e separadas pelo signal desigualdade.

Ex. :  $12 < 17$  ou  $28 > 7 + 5$

A quantidade que fica á esquerda do signal igual ou desigualdade, chama-se *primeiro membro*; e a que fica á direita, *segundo membro*.

As partes em que se divide cada membro, chamam-se *termos*.

Na divisão de um *membro* só se consideram *termos* as quantidades separadas pelos signaes — *mais* ou *menos*.

| 1º Membro |          | 2º Membro |          |
|-----------|----------|-----------|----------|
| Termo     | Termo    | Termo     | Termo    |
| Exs.:     | 759 =    | 700       | + 50 + 9 |
|           | 8 =      | 10        | - 2      |
|           | 6 × 4 =  | 8 × 3     |          |
|           | 12 ÷ 4 = | 24 ÷ 8    |          |

Quando os dous membros da igualdade tem a mesma fórma, chama-se a essa igualdade *identidade*.

Exs.:

$$8 = 8$$

$$7 + 3 = 7 + 3$$

$$4 - 1 = 4 - 1$$

$$3 \times 5 = 3 \times 5$$

$$20 \div 4 = 20 \div 4$$

### **Axiomas relativos ás igualdades e desigualdades**

1.º—Ajuntando a ambos os membros de uma igualdade o mesmo numero, as sommas ainda formam igualdade.



## FRACÇÕES

*Fracção* ou *quebrado* é toda a quantidade menor que a unidade.

Ha duas especies de fracções: *ordinarias* e *decimaes*.

### FRACÇÕES ORDINARIAS

As fracções ordinarias se *originam* da divisão da unidade em um numero qualquer de partes iguaes.

*Fracção ordinaria* é a que representa partes iguaes da unidade em uma razão qualquer.

A fracção ordinaria representa-se com dous numeros separados por um traço horisontal.

$$\text{Ex. : } \frac{2}{3}$$

numerador  
denominador

O numero de cima chama-se *numerador*, o de baixo *denominador*; e ambos, *termos da fracção*.

O *denominador* mostra o nome e o numero de partes iguaes em que a unidade está dividida.

O *numerador* numera as partes da unidade que a fracção representa.

Os termos de uma fracção representam tambem os termos de uma divisão não effectuada, em que o numerador é o dividendo e o denominador o divisor.

A fracção é *propria* ou *impropria*.

*Fracção propria* é a que tem o numerador menor que o denominador.

$$\text{Ex. : } \frac{3}{4}, \frac{5}{7} \text{ etc.}$$

*Fracção impropria* ou *apparente* a que tem o numerador igual ou maior que o denominador.

Ex. :  $\frac{7}{7}$ ,  $\frac{4}{3}$ ,  $\frac{12}{5}$  etc.

### Escrever uma fracção

**Regra.**—Passa-se um traço, escreve-se em cima o numerador e por baixo o denominador.

Escrever em algarismos os exemplos seguintes:

|                            |                |                                            |
|----------------------------|----------------|--------------------------------------------|
| 1. Um meio . . . . .       | $\frac{1}{2}$  | 5. Nove onze ávos.                         |
| 2. Dois terços . . . . .   | $\frac{2}{3}$  | 6. Quarenta e sete meios.                  |
| 3. Cinco setimos . . . . . | $\frac{5}{7}$  | 7. Quinze nonos.                           |
| 4. Oito decimos. . . . .   | $\frac{8}{10}$ | 8. Quinhentos e um decimos.                |
|                            |                | 9. Sessenta e oito cento e cinco ávos.     |
|                            |                | 10. Duzentos e vinte nove seiscentos ávos. |

### Ler uma fracção

Tres modos:

**Regra geral.**—Lê-se o numerador e em seguida o denominador acompanhado da denominação fraccionaria de meios, terços, quartos, quintos, sextos, setimos, oitavos, nonos, decimos, e de 11 em diante diz-se ávos; quando porém o denominador é 100, 1000, etc., lê-se centesimo, millesimo, etc.

| 1º MODO         | 2º MODO                  | 3º MODO               |
|-----------------|--------------------------|-----------------------|
| 2 dois          | 2 dois                   | 2 duas                |
| $\frac{2}{3}$ ; | $\frac{2}{3}$ divididos; | $\frac{2}{3}$ vezes . |
| 3 terços        | 3 por tres               | 3 um terço            |

|                                        |                                                      |                                                     |
|----------------------------------------|------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| $\frac{4}{100}$ quatro<br>centesimos   | $\frac{4}{100}$ quatro<br>divididos ;<br>por cem     | $\frac{4}{100}$ quatro<br>vezes um.<br>centesimo    |
| $\frac{3}{27}$ tres<br>vinte sete ávos | $\frac{3}{27}$ tres<br>divididos ;<br>por vinte sete | $\frac{3}{27}$ tres<br>vezes um.<br>vinte sete ávos |

### Extraír os inteiros de uma fracção impropria

**Regra.**—Divide-se o numerador pelo denominador ; o quociente mostra os inteiros contidos na fracção, e com o resto, se houver, forma-se uma nova fracção que tem para numerador o resto da divisao, e para denominador o numero que servio de divisor.

$$\text{Ex. : } \frac{14}{3} = 14 : 3 = 4 \frac{2}{3}$$

Extraír os inteiros das fracções seguintes :

$$2. \quad \frac{9}{2} = 4 \frac{1}{2} ; \quad \frac{20}{5} = 4 ; \quad \frac{106}{54} = 1 \frac{52}{54} ; \quad \frac{35}{7} ; \quad \frac{934}{234} ; \quad \frac{3874}{2100}$$

### Reduzir um numero mixto a fracção impropria

**Regra.**—Multiplica-se o inteiro pelo denominador, ajunta-se o numerador, e dá-se ao resultado o mesmo denominador.

$$\text{Ex. : } 4 \frac{2}{3} = \frac{4 \times 3 + 2}{3} = \frac{14}{3}$$

Reduzir os seguintes números mixtos a fracções improprias.

2.  $8\frac{2}{3} = \frac{26}{3}$ ;  $36\frac{5}{7} = \frac{257}{7}$ ;  $9\frac{4}{9}$ ;  $342\frac{2}{8}$ ;  $1\frac{220}{340}$

### Converter um número inteiro em forma de fracção

**Regra.**—Multiplica-se o inteiro pelo denominador que se lhe quer dar, e ao producto dá-se o mesmo denominador.

Ex. : 3 em forma de quartos :  $3 = \frac{3 \times 4}{4} = \frac{12}{4}$

**Mais breve.**—Dá-se para denominador do inteiro a unidade.

Ex. :  $3 = \frac{3}{1}$ ;  $12 = \frac{12}{1}$

Praticar nos exemplos seguintes :

- |                                      |                 |                                                                  |
|--------------------------------------|-----------------|------------------------------------------------------------------|
| 2. Reduzir 6 a quartos               | $\frac{24}{4}$  | 4. Reduzir 9 a terços, e 3 a nonos.                              |
| 3. Converter $\frac{2}{8}$ a 15 ávos | $\frac{30}{15}$ | 5. Converter $\frac{1}{2}$ a 42 ávos, e $\frac{4}{5}$ a décimos. |

### Alteração das fracções

1.<sup>o</sup>—Multiplicando o numerador de uma fracção, conservando o denominador, a fracção resultante é maior tantas vezes quantas são as unidades do número pelo qual se multiplica.

2.<sup>o</sup>— Multiplicando o denominador de uma fracção, conservando o numerador, a fracção resultante é

menor tantas vezes quantas são as unidades do numero pelo qual se multiplica.

3.ª—Dividindo o numerador de uma fracção, conservando o denominador, a fracção resultante é menor tantas vezes quantas são as unidades do numero pelo qual se divide.

4.ª—Dividindo-se o denominador de uma fracção e conservando o numerador, a fracção resultante é maior tantas vezes quantas são as unidades do numero pelo qual se divide.

Estes quatro principios resumem-se no seguinte:

*Multiplicando ou dividindo ambos os termos de uma fracção por um mesmo numero, a fracção resultante é equivalente à fracção dada.*

$$\text{Ex. : } \frac{2}{3} = \frac{2 \times 4}{3 \times 4} = \frac{8}{12}; \text{ ou } \frac{28}{49} = \frac{28 : 7}{49 : 7} = \frac{4}{7}$$

## TRANSFORMAÇÕES DAS FRACÇÕES

As transformações por que passam as fracções são: a redução ao mesmo denominador ou ao mesmo numerador, e a sua simplificação.

### Simplificação de fracções

*Simplificar uma fracção é buscar outra fracção que tenha o mesmo valor que a primeira, porém que seja representada por termos mais simples.*

## Caracteres de divisibilidade dos numeros

Chama-se *divisibilidade* a propriedade que têm certos numeros de poderem ser divididos exactamente por outros numeros.

A divisão é exacta quando não fica resto.

1.º Todo o numero par é divisivel por 2.

2.º Todo o numero cuja somma dos valores absolutos dos algarismos der 3 ou um multiplo de 3, será divisivel por 3.

3.º Todo o numero cujos dous ultimos algarismos á direita formarem um numero divisivel por 4 ou por 25, é divisivel por 4 ou por 25.

4.º Todo o numero que terminar em zero ou 5 é divisivel por 5.

5.º Todo o numero divisivel por 2 e ao mesmo tempo por 3 é divisivel por 6.

6.º *Divisibilidade por 7.*—Divide-se o numero em classes de tres letras e multiplica-se o algarismo das *unidades* de cada classe por 1, o das *dezenas* por 3, e o das *centenas* por 2; sommam-se os productos das classes pares, e á parte os productos das classes impares, e se, tomando a differença entre as duas sommas, o resto fôr zero, 7 ou um multiplo de 7, o numero será divisivel por 7.

Contendo o numero uma só classe pratica-se o mesmo, e dando a somma dos productos 7 ou um multiplo de 7, o numero será ainda divisivel por 7.

7.º Todo o numero cujos tres ultimos algarismos á direita formarem um numero divisivel por 8 ou por 125, será divisivel por 8 ou por 125.

8.º—Todo o numero cuja somma dos valores absolutos dos algarismos der 9 ou um multiplo de 9, é divisivel por 9.



9.º Todo o numero terminado em zero é divisivel por 10,

Todo o numero cuja somma dos valores absolutos dos algarismos das ordens pares, subtraida da somma dos valores absolutos das ordens impares, der zero, 11 ou um multiplo de 11, será divisivel por 11.

*Numero primo absoluto* é o que só tem para divisor a si e a unidade.

Ex. : 1, 3, 5, 7, 11, 13, etc.

*Numeros primos entre si* são os que não tem divisor commum.

Ex. ; 4 e 9 ; 6 e 25.

*Multiplo* de um numero é o producto desse numero multiplicado por outro numero inteiro a partir de 2.

Ex. : 30 é multiplo de 2, 3, 5, 6, 10 e 15.

*Divisor commum* é o numero que divide ao mesmo tempo a dous ou mais numeros.

A fracção cujos termos forem numeros *primos entre si* não se pode simplificar, e chama-se por isso *irreductivel*.

Simplifica-se uma fracção de dous modos :

1.º MODO

**Regra.**—Dividem-se ambos os termos da fracção pelos divisores primos: 2, 3, 5, 7, etc.

$$\text{Ex. : } \frac{14}{21} = \frac{14 : 7}{21 : 7} = \frac{2}{3}$$

2.º MODO

**Maximo commum divisor**

**Regra.**—Divide-se o numero maior pelo menor; se houver resto, divide-se o numero menor pelo primeiro resto; depois o 1.º resto pelo 2.º; o 2.º pelo 3.º, etc.; até chegar a uma divisão cujo resto seja zero ou *um*: se o resto fôr zero, ha maximo commum divisor, e é o *divisor da ultima divisão*; se fôr 1, os numeros são primos entre si, isto é, não ha maximo commum divisor.

$$\text{Ex. : } \frac{91}{203}$$

|     |    |    |   |                |  |     |         |
|-----|----|----|---|----------------|--|-----|---------|
| 203 | 2  | 4  | 3 |                |  |     |         |
| 21  | 91 | 21 | 7 | divisor commum |  |     |         |
|     | 7  | 00 |   |                |  |     |         |
|     |    |    |   |                |  | 91  | 91 ÷ 7  |
|     |    |    |   |                |  | 203 | 203 ÷ 7 |
|     |    |    |   |                |  |     | 29      |
|     |    |    |   |                |  |     | 13      |

Reduzir à expressão mais simples as fracções :

$$2. \quad \frac{4}{6} = \frac{2}{3}; \quad \frac{25}{35} = \frac{5}{7}; \quad \frac{64}{96}; \quad \frac{34}{384}; \quad \frac{672}{1210}$$

## Reducção de fracções ao mesmo denominador

Reduzir fracções ao mesmo denominador é transformá-las em outras equivalentes que tenham o mesmo denominador.

Duas fracções :

**Regra.** — Multiplicam-se ambos os termos de cada uma pelo denominador da outra.

$$\text{Ex. : } \frac{2}{3}, \frac{4}{5} = \frac{2 \times 5}{3 \times 5}, \frac{4 \times 3}{5 \times 3} = \frac{10}{15}, \frac{12}{15}$$

Tres ou mais fracções :

**Regra.** — Multiplicam-se ambos os termos de cada uma, pelo producto dos denominadores de todas as outras.

Ex. :

$$\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{7} = \frac{2 \times 4 \times 7}{3 \times 4 \times 7}, \frac{3 \times 3 \times 7}{4 \times 3 \times 7}, \frac{4 \times 4 \times 3}{7 \times 4 \times 3} = \frac{56}{84}, \frac{63}{84}, \frac{48}{84}$$

## Caso particular de redução de fracções ao mesmo denominador

Se entre os denominadores ou fóra, houver um numero *multiplo* de todos os denominadores, divide-se esse numero multiplo por cada um dos denominadores, e multiplicam-se ambos os termos de cada fracção, pelo quociente produzido por seu respectivo denominador.

1.<sup>a</sup> *hypothese* : o maior dos denominadores, é divisível por todos os outros.

Ex. :

$$\frac{\overset{6}{4}}{\underset{5}{5}}, \frac{\overset{1}{2}}{\underset{30}{30}}, \frac{\overset{5}{3}}{\underset{6}{6}} = \frac{4 \times 6}{5 \times 6}, \frac{2 \times 1}{30 \times 1}, \frac{3 \times 5}{6 \times 5} = \frac{24}{30}, \frac{2}{30}, \frac{15}{30}$$

$$\begin{array}{r} 30 \overline{) 5} \\ \underline{6} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 30 \overline{) 30} \\ \underline{1} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 30 \overline{) 6} \\ \underline{5} \end{array}$$

O numero multiplo é 30, que dividido pelo denominador da 1.<sup>a</sup> fracção dá 6; dividido por si mesmo dá 1; e dividido pelo denominador da 3.<sup>a</sup> fracção dá 5: quocientes por que se multiplicam ambos os termos de cada fracção.

2.<sup>a</sup> *hypothese*: ha um numero fóra que é divisivel, por todos os dominadores.

Ex.;

$$\frac{\overset{5}{5}}{\underset{12}{12}}, \frac{\overset{4}{3}}{\underset{15}{15}}, \frac{\overset{8}{8}}{\underset{20}{20}} = \frac{5 \times 5}{12 \times 5}, \frac{3 \times 4}{15 \times 4}, \frac{8 \times 3}{20 \times 3} = \frac{25}{60}, \frac{12}{60}, \frac{24}{60}$$

O numero é

$$\begin{array}{r} 60 \overline{) 12} \\ \underline{5} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 60 \overline{) 15} \\ \underline{4} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 60 \overline{) 20} \\ \underline{3} \end{array}$$

#### EXEMPLOS PARA PRATICAR

1. Reduzir ao mesmo denominador,  $\frac{4}{5}$  e  $\frac{8}{7} = \frac{28}{35}, \frac{15}{35}$

2. Reduzir ao mesmo denom.  $\frac{6}{7}, \frac{8}{8}$  e  $\frac{2}{10} = \frac{480}{560}, \frac{210}{560}, \frac{112}{560}$

3. Reduzir ao mesmo denom. mais simples  $\frac{9}{64}, \frac{1}{8}, \frac{8}{32}, \frac{8}{4}$

$$= \frac{9}{64}, \frac{8}{64}, \frac{16}{64}, \frac{48}{64}$$

4. Reduzir ao mesmo denominador.  $\frac{3}{5}$  e  $\frac{7}{12}$

5. Reduzir ao mesmo denominador,  $\frac{5}{7}$ ,  $\frac{4}{20}$ ,  $\frac{3}{9}$  e  $\frac{36}{116}$

6. Red. ao denom. mais simples,  $\frac{9}{10}$ ,  $\frac{8}{40}$ ,  $\frac{2}{5}$ ,  $\frac{7}{8}$  e  $\frac{3}{4}$

7. Qual das fracções é maior  $\frac{134}{250}$  ou  $\frac{307}{413}$  ?

8. Comparar  $\frac{58}{96}$ ,  $\frac{19}{29}$  e  $\frac{8}{11}$ , e dizer qual das tres é a menor ?

A reduccão de fracções ao mesmo denominador é necessaria para *comparar*, *sommar* e *diminuir* fracções.

As fracções que tem o mesmo denominador chamam-se *homogeneas*, ou da mesma especie; e as que o não tem *heterogeneas*, ou da especie differente.

### Reduccion de fracções ao mesmo numerador.

Duas fracções :

**Regra.** — Multiplicam-se os dous termos de cada uma pelo numerador da outra.

Ex.:  $\frac{3}{4}$ ,  $\frac{2}{5} = \frac{6}{8}$ ,  $\frac{6}{15}$

Tres ou mais fracções :

**Regra.** — Multiplicam-se os dous termos de cada uma pelo producto dos numeradores das outras.

$$\text{Ex.: } \frac{5}{9}, \frac{2}{7}, \frac{3}{4} = \frac{30}{54}, \frac{30}{105}, \frac{30}{40}$$

### Comparação da grandeza das fracções

O valor de uma fracção está na razão directa do numerador e inversa do denominador.

Para se compararem fracções é necessario que ellas tenham o mesmo denominador, ou o mesmo numerador.

*Tendo o mesmo denominador*, será maior a que tiver maior numerador.

$$\text{Ex.: } \frac{4}{5} > \frac{2}{5} \quad \left( \frac{4}{5} \text{ é maior do que } \frac{2}{5} \right)$$

*Tendo o mesmo numerador*, será maior a que tiver menor denominador.

$$\text{Ex.: } \frac{3}{8} < \frac{3}{5} \quad \left( \frac{3}{8} \text{ é menor do que } \frac{3}{5} \right)$$

## OPERAÇÕES

### Adição

Dous casos :

- 1.º Adição de duas ou mais fracções.
- 2.º Numeros mixtos.

1.º CASO

Primeiro que tudo vê-se se as fracções tem o mesmo denominador, se o não tem, reduzem-se a tel-o, e pratica-se a

**Regra.**—Somam-se os numeradores e dá-se á somma o mesmo denominador.

$$\text{Exs. : } \frac{2}{9} + \frac{4}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3};$$

$$\frac{1}{2} + \frac{4}{5} + \frac{3}{7} = \frac{35}{70} + \frac{56}{70} + \frac{30}{70} = \frac{35+56+30}{70} = \frac{121}{70} = 1\frac{51}{70}$$

2.º CASO

**Regra.**—Reduzem-se os numeros mixtos á fracções, e pratica-se a addição de fracções : ou somam-se á parte as fracções, e se lhes ajuntam depois os inteiros.

Ex. :

$$2\frac{3}{4} + 3\frac{4}{5} = 2\frac{11}{4} + 3\frac{19}{5} = 2\frac{55}{20} + 3\frac{76}{20} = 5\frac{55+76}{20} = 5\frac{131}{20} = 6\frac{11}{20}$$

$$\text{ou } 2\frac{3}{4} + 3\frac{4}{5} = 2 + 3\frac{15}{20} + 3\frac{16}{20} = 2 + 3\frac{31}{20} = 5\frac{31}{20} = 6\frac{11}{20}$$

EXEMPLOS PARA PRATICAR

|         |                                             |      |                  |
|---------|---------------------------------------------|------|------------------|
| 1. Add. | $\frac{2}{9}$ mais $\frac{3}{7}$            | Som. | $\frac{41}{63}$  |
| 2. Add. | $\frac{5}{7} + \frac{3}{8} + \frac{49}{56}$ | Som. | $1\frac{54}{56}$ |

(1) Nos numeros mixtos, os inteiros devem ser acompanhados de fracções proprias, assim como nos calculos das fracções só destas se fará uso nos exemplos, por serem as propriamente ditas.

$$3. \text{ Add. } 2\frac{3}{5} + 7\frac{3}{4} + 10\frac{8}{10} \qquad \text{Som. } 21\frac{3}{20}$$

$$4. \text{ Add. } \frac{2}{5} + \frac{3}{7} + \frac{20}{50} + \frac{8}{18}$$

$$5. \text{ Reunir n'uma fracção } 12 \text{ e } \frac{1}{2}, 5 \text{ e } \frac{9}{10}, 8 \text{ e } \frac{4}{6} \text{ e } 1 \text{ e } \frac{17}{18}$$

6. Medirão-se quatro retalhos da mesma fazenda: um tinha  $\frac{3}{4}$  outro  $1\frac{1}{2}$ , outro  $\frac{5}{6}$  e o ultimo  $2\frac{1}{4}$  da vara.—Quantas varas de fazenda havia nos 4 retalhos?

7. Um operario pôde fazer certa obra em 12 horas, e um outro pode fazel-a em 10 horas. Em quantas horas a farão trabalhando juntos?

$$5\frac{5}{11} \text{ horas}$$

8. Duas bicas correm no mesmo tanque: a 1ª correndo só enche-o em 7 horas, e a segunda em 4. Em quanto tempo o encherão correndo as duas juntas?

## Subtracção

Tres casos:

- 1.º Subtrair uma fracção de outra.
- 2.º Subtrair uma fracção de um inteiro.
- 3.º Subtracção de numeros mixtos.

### 1.º CASO

Nesta operação, como na addição, é preciso que as fracções tenham o mesmo denominador.

**Regra.**—Subtraem-se os numeradores, e dá-se differença o mesmo denominador.



$$\text{Exs. : } \frac{14}{16} - \frac{12}{16} = \frac{14-12}{16} = \frac{2}{16} = \frac{1}{8};$$

$$\frac{2}{3} - \frac{5}{10} = \frac{20}{30} - \frac{15}{30} = \frac{20-15}{30} = \frac{5}{30} = \frac{1}{6}$$

2.º CASO

**Regra.**—Reduz-se o numero inteiro à fracção, e pratica-se a subtracção de fracções : ou multiplica-se o inteiro pelo denominador, subtrae-se do producto o numerador, e dá-se á differença o mesmo denominador.

$$\text{Ex.: } 8 - \frac{4}{5} = \frac{8 \times 5}{5} - \frac{4}{5} = \frac{40}{5} - \frac{4}{5} = \frac{36}{5} = 7 \frac{1}{5}$$

**Demonstração curiosa da addição e subtracção de fracções**

*O porque se sommam os numeradores*

Na addição tem-se em vista sommar os valores numericos, e como o que representa o valor numerico da fracção é o numerador, porque numera as partes que constituem a fracção, segue-se que, para sommar os valores numericos das fracções propostas, basta sommar os numeradores .

*O porque se dá á somma o mesmo denominador*

A somma deve ser da mesma especie das parcelas, porque não se podem sommar senão quantidades homogeneas, e como o denominador da fracção é que determina a especie, porque denomina as subdivisões da unidade, segue-se que, para dar á somma a mesma especie das parcelas, basta dar-lhe o mesmo denominador.

*Logo : sommam-se os numeradores e dá-se á somma o mesmo denominador.*

$$\text{Ex. : } \frac{4}{5} + \frac{3}{5} + \frac{2}{5} = \frac{4+3+2}{5} = \frac{9}{5} = 1 \frac{4}{5}$$

Para a subtracção a demonstração é semelhante.

$$\text{ou } 8 - \frac{4}{5} = \frac{8 \times 5 - 4}{5} = \frac{36}{5} = 7 \frac{1}{5}$$

3.º CASO

**Regra.**—Reduzem-se os numeros mixtos a fracções, e opera-se como na subtracção de fracções : ou subtrae-se á parte as fracções e depois os inteiros.

$$\text{Ex.: } 3 \frac{5}{6} - 2 \frac{2}{6} = \frac{23}{6} - \frac{14}{6} = \frac{23-14}{6} = \frac{9}{6} = 1 \frac{3}{6}$$

$$\text{ou } 3 - 2 + \frac{5}{6} - \frac{2}{6} = 1 \frac{5-2}{6} = 1 \frac{3}{6}$$

Se a fracção do subtraendo fôr maior que a do minuendo, converte-se uma unidade do inteiro que acompanha a fracção em sua mesma denominação, e opera-se a subtracção.

$$\text{Ex.: } 3 \frac{2}{4} - 2 \frac{3}{4} = 2 \frac{6}{4} - 2 \frac{3}{4} = \frac{6-3}{4} = \frac{3}{4}$$

EXEMPLOS PARA PRATICAR

1. De  $\frac{6}{8}$  tirar  $\frac{10}{15}$  Resto  $\frac{1}{12}$

2. De 4 tirar  $\frac{9}{21}$  Resto  $3 \frac{4}{7}$

3. De  $8 \frac{3}{5}$  tirar  $2 \frac{1}{2}$  Resto  $6 \frac{1}{10}$

4. De  $\frac{5}{7}$  tirar  $\frac{9}{14}$

5. Quanto resta de uma cousa, de que se tirou  $\frac{1}{2}$  mais  $\frac{2}{5}$ ?

6. Uma garrafa vazia peza  $1\frac{3}{4}$  kilogrammas, e cheia d'agua

peza  $4\frac{2}{5}$  kilogrammas? Quanto contém d'agua?

### Multiplicação

Tres casos:

1.º Uma fracção por outra.

2.º Um inteiro por uma fracção ou vice-versa.

3.º Numeros mixtos.

#### 1.º CASO

**Regra.**— Multiplicam-se os numeradores entre si e da mesma sorte os denominadores.

$$\text{Ex. : } \frac{2}{3} \times \frac{7}{8} = \frac{2 \times 7}{3 \times 8} = \frac{14}{24} = \frac{7}{12}$$

Quando nas fracções a multiplicar, um dos numeradores fôr igual a algum dos denominadores, supprime-se esse factor commum, e os termos que ficarem representarão o producto.

$$\text{Ex. : } \frac{7}{9} \times \frac{5}{7} = \frac{5}{9}$$

#### 2.º CASO

**Regra.**— Multiplica-se o inteiro pelo numerador, e dá-se ao producto o mesmo denominador.

Ex. :

$$7 \times \frac{9}{13} = \frac{7 \times 9}{13} = \frac{63}{13} = 4\frac{11}{13}; \quad \frac{9}{13} \times 7 = \frac{9 \times 7}{13} = \frac{63}{13} = 4\frac{11}{13}$$

Se o denominador fôr divisível pelo inteiro, ha

**Outra regra.**—Divide-se o denominador pelo inteiro, e conserva-se o mesmo numerador.

$$\text{Ex.: } \frac{4}{9} \times 3 = \frac{4}{9 \div 3} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3}$$

3.º CASO

**Regra.**—Reduzem-se os numeros mixto ás fracções, e opera-se a multiplicação de fracções.

$$\text{Ex.: } 2\frac{3}{4} \times 3\frac{7}{8} = \frac{11}{4} \times \frac{31}{8} = \frac{11 \times 31}{4 \times 8} = \frac{341}{32} = 10\frac{21}{32}$$

### Fracções de fracções

**Regra.**—Trocam-se as preposições pelos signaes de multiplicação, e applica-se a regra da multiplicação de fracções.

$$\text{Ex.: } \frac{1}{3} \text{ de } \frac{5}{6} \text{ de } \frac{7}{9} = \frac{1}{3} \times \frac{5}{6} \times \frac{7}{9} = \frac{1 \times 5 \times 7}{3 \times 6 \times 9} = \frac{35}{162}$$

Quando entre as fracções que se tem de multiplicar ha factores communs aos numeradores e denominadores, supprimem-se por brevidade e simplificação do calculo.

$$\begin{aligned} \text{Ex.: } & \frac{3}{5} \text{ de } \frac{2}{4} \text{ de } \frac{5}{7} \text{ de } \frac{4}{6} \\ & = \frac{3}{5} \times \frac{2}{4} \times \frac{5}{7} \times \frac{4}{6} = \frac{3 \times 2}{7 \times 6} = \frac{6}{42} = \frac{1}{7} \end{aligned}$$

A multiplicação de fracções não traz, como a de inteiros, a idéa de augmento.

A fracção producto de duas ou mais fracções proprias é sempre menor do que qualquer das fracções factoras.

A fracção producto de duas ou mais fracções improprias maiores que a unidade, é maior do que qualquer das fracções factoras.

A fracção producto de uma fracção propria por outra impropria maior que a unidade, ou vice-versa, é menor do que a fracção impropria, e maior do que a propria.

Toda a fracção multiplicada por outra, cujo numerador fôr igual ao denominador, dará no producto uma fracção equivalente á primeira.

EXEMPLOS PARA PRATICAR

1. Multiplicar  $\frac{9}{10}$  por  $\frac{7}{8}$       Producto  $\frac{63}{80}$

2. Multiplicar 5 por  $\frac{5}{13}$       Producto  $2\frac{1}{13}$

3. Multiplicar  $\frac{4}{7}$  por  $2\frac{3}{5}$       Producto  $1\frac{17}{35}$

4. Multiplicar  $\frac{5}{12}$  por 4, e  $\frac{6}{35}$  por 7, operando pela divisão.

5. Multiplicar  $\frac{11}{16}$  por  $\frac{8}{9}$ , e  $\frac{8}{13}$  por  $\frac{4}{6}$

6. Quaes são os tres quartos de tres oitavos de 64?

7. Um viajante andou 210 kilometros em 3 dias. No primeiro andou  $\frac{1}{3}$  do caminho e no segundo  $\frac{1}{4}$ . Quantos kilometros andou em cada um dos tres dias?

8. Custando dois terços do covado de seda 1\$500, qual o preço de  $5\frac{1}{2}$  covados?

## Divisão

3 casos :

- 1.º Uma fracção por outra.
- 2.º Um inteiro por uma fracção, ou vice-versa.
- 3.º Numeros mixtos.

### 1.º CASO

**Regra.**—Invertem-se os termos da fracção divisora, e applica-se a regra da multiplicação de fracções.

Ex. :

$$\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{4}{5} \times \frac{3}{2} = \frac{4 \times 3}{5 \times 2} = \frac{12}{10} = 1 \frac{2}{10} = 1 \frac{1}{5}$$

Se os termos da fracção dividendo forem exactamente divisiveis pelos termos da fracção divisora, applica-se a seguinte

**Regra.**—Dividem-se os termos da fracção dividendo pelos termos da fracção divisora.

$$\text{Ex. : } \frac{6}{15} \div \frac{3}{5} = \frac{6 \div 3}{15 \div 5} = \frac{2}{3}$$

### 2.º CASO

**Regra.**—Reduz-se o inteiro a fracção, e applica-se a regra da divisão de fracções.

Ex. :

$$6 \div \frac{2}{3} = \frac{6}{1} \div \frac{2}{3} = \frac{6}{1} \times \frac{3}{2} = \frac{18}{2} = 9 ;$$

$$\frac{2}{3} \div 6 = \frac{2}{3} \div \frac{6}{1} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$$

Uma fracção por um inteiro.

**Regra.**—Multiplica-se o inteiro pelo denominador, conservando o mesmo numerador.

$$\text{Ex. : } \frac{5}{7} \div 6 = \frac{5}{7 \times 6} = \frac{5}{42}$$

Se o numerador fôr divisível pelo inteiro :

Divide-se o numerador pelo inteiro, e conserva-se o mesmo denominador.

$$\text{Ex. : } \frac{4}{7} \div 2 = \frac{4 \div 2}{7} = \frac{2}{7}$$

Um inteiro por uma fracção.

**Regra.**—Multiplica-se o inteiro pelo denominador, e divide-se o producto pelo numerador.

$$\text{Ex. : } 5 \div \frac{4}{6} = \frac{5 \times 6}{4} = \frac{30}{4} = 7 \frac{2}{4} = 7 \frac{1}{2}$$

3.º caso

**Regra.**—Reduzem-se os numeros mixtos a fracções, e applica-se a regra da divisão de fracções.

Ex. :

$$7 \frac{2}{3} \div 3 \frac{4}{5} = \frac{23}{3} \div \frac{19}{5} = \frac{23}{3} \times \frac{5}{19} = \frac{115}{57} = 2 \frac{1}{57}$$

EXEMPLOS PARA PRATICAR

- |                                              |                             |
|----------------------------------------------|-----------------------------|
| 1. Dividir $\frac{4}{7}$ por $\frac{3}{10}$  | Quociente $1 \frac{19}{21}$ |
| 2. Dividir $4 \frac{3}{7}$ por $\frac{5}{7}$ | Quociente $6 \frac{7}{85}$  |

3. Dividir 6 por  $\frac{2}{3}$  Quociente 18

4. Dividir  $\frac{9}{20}$  por  $\frac{3}{4}$ , e  $\frac{16}{35}$  por 8, operando pela divisão.

5. Quantos pedaços de  $\frac{3}{5}$  do metro se farão de uma peça de 48 metros ?

6. Uma bica fornece 8 litros d'água em 2 minutos. Em quantos minutos encherá um vaso com a capacidade de 58 litros e  $\frac{1}{2}$  ?

PROVAS DAS FRACÇÕES

Ex. :

|                                                                         |                                                             |
|-------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|
| <p>Addição</p> $\frac{2}{8} + \frac{4}{8} + \frac{6}{8} = \frac{12}{8}$ | <p>Sua prova</p> $\frac{4}{8} + \frac{6}{8} = \frac{10}{8}$ |
| $\frac{2}{8} + \frac{4}{8} + \frac{6}{8} = \frac{12}{8}$                | $\frac{12}{8} - \frac{10}{8} = \frac{2}{8}$                 |

|                                                               |                                                               |
|---------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|
| <p>Subtração</p> $\frac{9}{10} - \frac{4}{10} = \frac{5}{10}$ | <p>Sua prova</p> $\frac{4}{10} + \frac{5}{10} = \frac{9}{10}$ |
|---------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------|

|                                                                      |                                                                                                              |
|----------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Multiplicação</p> $\frac{4}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{15}$ | <p>Sua prova</p> $\frac{8}{15} \div \frac{2}{3} = \frac{24}{30} = \frac{24 \div 6}{30 \div 6} = \frac{4}{5}$ |
|----------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                               |                                                                                                                 |
|---------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>Divisão</p> $\frac{4}{5} \div \frac{2}{3} = \frac{12}{10}$ | <p>Sua prova</p> $\frac{2}{3} \times \frac{12}{10} = \frac{24}{30} = \frac{24 \div 6}{30 \div 6} = \frac{4}{5}$ |
|---------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

FRACÇÕES DECIMAES

*Fracções decimaes* são partes successivamente, de dez em dez vezes, menores que a unidade.

As fracções decimaes se *originam* da subdivisão da unidade em dez partes iguaes.



Divide-se uma unidade em dez partes, cada uma destas é menor dez vezes que a unidade, e por isso dá-se-lhe o nome de *decimo*. Dividindo ainda um decimo em dez partes iguaes, cada uma destas é menor dez vezes que um decimo e cem vezes menor que uma unidade, pelo que, toma o nome de *centesimo*, e assim por diante.

Por *convenção*, as fracções decimaes representam-se á direita dos inteiros separadas d'estes por uma virgula: quando não ha inteiros, escreve-se zero na casa das unidades.

Aos algarismos collocados depois da virgula, dá-se o nome de *decimos*, *centesimos*, *millesimos*, *decimos-millesimos*, *centesimos-millesimos*, *millonesimos*, etc.

### Lêr um numero decimal

Tres modos de lêr um numero decimal:

1.º Lê-se a parte inteira e depois a decimal, como se fosse um numero inteiro, dando no fim o nome da ultima subdivisão.

2.º Lê-se todo o numero como se fosse inteiro dando no fim o nome da ultima casa decimal.

3.º Lê-se a parte inteira e depois a decimal, destacando as diversas ordens de unidades.

### TABOA DE NUMERAÇÃO

|          |          |         |          |          |            |            |                    |                       |              |                      |                         |              |
|----------|----------|---------|----------|----------|------------|------------|--------------------|-----------------------|--------------|----------------------|-------------------------|--------------|
| 7        | 1        | 3       | 9,       | 1        | 7          | 6          | 4                  | 3                     | 8            | 7                    | 0                       | 1            |
| milhares | centenas | dezenas | unidades | decimos  | centesimos | millesimos | decimos-millesimos | centesimos-millesimos | millonesimos | decimos-millonesimos | centesimos-millonesimos | billonesimos |
| inteiros |          |         |          | decimacs |            |            |                    |                       |              |                      |                         |              |

1.º *Modo*: lê-se 7139 unidades 176,438,701 billionesimos.

2.º *Modo*: lê-se 7 trilliões 139 billiões 176 milhões 438 mil 701 billionesimos.

3.º *Modo*: lê-se 7139 unidades, 1 decimo, 7 centesimos, 6 millesimos, 4 decimos-millesimos, 3 centesimos-millesimos, 8 millionesimos, 7 decimos-millionesimos, zero centesimo-millionesimo e 1 billionesimo.

Lêr os seguintes numeros decimaes :

|       |        |        |            |
|-------|--------|--------|------------|
| 0,5   | 0,541  | 1,034  | 34,00032   |
| 0,25  | 0,808  | 7,120  | 0,874007   |
| 0,125 | 0,0907 | 5,1081 | 21,0000748 |

O denominador das fracções decimaes está subentendido pelo numero de casas da dizima que tem a fracção decimal dada: e é por isso que nesta especie de fracção não se escreve o denominador.

$$\text{Ex. : } 0,536 = \frac{536}{1000}$$

### Escrever um numero decimal

**Regra.**—Escreve-se a parte inteira e depois a decimal, separada d'esta por uma virgula.

Escrever em algarismos os numeros decimaes :

- |                                  |                                                          |
|----------------------------------|----------------------------------------------------------|
| 1. Tres centesimos.              | 4. Duzentos e vinte e oito millesimos.                   |
| 2. Cinco unidades e nove decimos | 5. Trinta mil e dezanove centesimos millesimos. 0,90019. |
| 3. Sessenta millesimos. 0,060    | 6. Quatrocentos e cinco mil billionesimos.               |

A fracção decimal não se altera acrescentando ou tirando zeros á sua direita.

Ex. :

$$0,4 = 0,40 = 0,400 \text{ etc. ; ou } 0,400 = 0,40 = 0,4$$

Multiplica-se uma fracção decimal por 10, 100, 1000 etc., mudando a virgula uma, duas, tres, etc., casas para a direita. Ex.:  $0,137 \times 10 = 1,37$ ;  $137 \times 100 = 13.700$ , etc.

Divide-se uma fracção decimal por 10, 100, 1000 etc., recuando a virgula 1, 2, 3, etc., casas para a esquerda. Ex.:  $43,2 \div 10 = 4,32$ ;  $432 \div 100 = 4,32$ , etc.

### Reduzir fracção decimal a ordinaria

**Regra.**— Dá-se para numerador todo o numero decimal sem a virgula, e para denominador a unidade seguida de tantos zeros quantas são as casas da dizima.

Ex.:

$$0,3 = \frac{3}{10}; \quad 0,42 = \frac{42}{100}; \quad 3,058 = 3\frac{58}{1000} \text{ ou } \frac{3058}{1000}$$

4. Reduzir 0,5 a fracção ordinaria.
5. Reduzir 0,75 a fracção ordinaria . . . . . Dá  $\frac{3}{4}$
6. Reduzir 0,00342 a fracção ordinaria.

### Converter fracção ordinaria em decimal

**Regra.**— Divide-se o numerador pelo denominador; havendo resto, escreve-se zero á direita deste, e virgula no quociente; continua-se a operação, accrescentando sempre zero aos restos até chegar a uma divisão exacta, ou a um numero de casas da dizima desejado. No caso de ser o dividendo menor que o divisor, colloca-se zero e virgula (0,) no quociente, e continua-se.

$$\frac{3}{4} = 0,75; \quad \frac{7}{9} = 0,777 \text{ etc.}; \quad \frac{9}{8} = 1,125.$$

- |                                     |                                             |
|-------------------------------------|---------------------------------------------|
| 5. Reduzir $\frac{1}{2}$ a decimal. | 7. Reduzir $\frac{8}{33}$ a dec. Dá 0,09375 |
| 6. Reduzir $\frac{2}{8}$ a decimal. | 8. Reduzir $\frac{15}{353}$ a decimal.      |

### Caso particular de conversão de fracções ordinarias em decimaes

Quando a fracção ordinaria tiver por denominador a unidade seguida de zeros, converte-se em decimal supprimindo o denominador, e separando-se no numerador, com a virgula, tantas casas para a dizima, quantas eram as cifras do denominador.

$$\text{Ex. : } \frac{3}{10} = 0,3; \quad \frac{46}{100} = 0,46; \quad \frac{8}{1000} = 0,008$$

Pode acontecer que, convertendo-se uma fracção ordinaria em decimal, a divisão nunca se termine, o que dá origem á especie de dizima chamada periodica.

### FRACÇÕES PERIODICAS

*Fracção decimal periodica, ou dizima periodica,* é aquella em que um ou mais algarismos se succedem n'uma ordem constante.

*Chama-se periodo* ao numero que se reproduz indefinidamente.

O *periodo* póde constar de um ou mais algarismos.

A fracção periodica divide-se em *simples*, e *composta* ou *mixta*.

*Fracção periodica simples* é aquella em que os periodos apparecem logo depois da virgula.

Exs. : 0,3535 etc ; 0,246246 etc. 0,333 etc.

*Fracção periodica composta* é aquella em que, entre o primeiro periodo e a virgula, ha algarismos não periodicos.

Exs. : 0,041212 etc. ; 0,34875875 etc.

## Reducção de fracções periodicas a ordinarias

### PERIODICA SIMPLES

**Regra.**—Dá-se para numerador um dos periodos e para denominador tantos nozes quantos são os algarismos de um periodo.

$$\text{Ex.: } 0,2424 \text{ etc.} = \frac{24}{99}$$

Se na fracção periodica houver inteiros, a parte inteira acompanhará a fracção ordinaria, formando com ella um numero mixto.

$$\text{Ex.: } 4,3535 \text{ etc.} = 4 \frac{35}{99}$$

### PERIODICA COMPOSTA

**Regra.**—Dá-se para numerador a parte não periodica unida com o primeiro periodo, menos a parte não periodica, e para denominador tantos nozes quantos são os algarismos de um periodo, seguidos de tantos zeros quantos são os algarismos decimaes não periodicos.

$$1.^\circ \text{ Ex.: } 0,54242 \text{ etc.} = \frac{542-5}{990} = \frac{537}{990}$$

$$2.^\circ \text{ Ex.: } 31,041212 \text{ etc.} = \frac{310412-3104}{9900} = \frac{307308}{9900}$$

**Outra regra.**—Dá-se para numerador os algarismos não periodicos multiplicados por tantos nozes quantos são os algarismos do periodo, mais um periodo, e para denominador tantos nozes quantos são os alga-

rismos de um periodo, seguidos de tantos zeros quantos são os algarismos decimaes não periodicos.

$$1^{\circ} \text{ Ex. : } 0,54242 \text{ etc.} = \frac{5 \times 99 + 42}{990} = \frac{537}{990}$$

$$2^{\circ} \text{ Ex. : } 31,041212 \text{ etc.} = \frac{3104 \times 99 + 12}{9900} = \frac{307308}{9900}$$

### Redução de fracções decimaes ao mesmo denominador

**Regra.** — Igualam-se as casas da dizima, accrescentando para isso zeros á direita da que menos tiver.

Ex. :

$$0,45; 0,2; 0,1453 = 0,4500; 0,2000; 0,1453$$

#### EXEMPLOS

|        |          |         |           |
|--------|----------|---------|-----------|
| 0,45   | = 0,4500 | 0,05    | = 0,05000 |
| 0,2    | = 0,2000 | 4,18076 | = 4,18076 |
| 0,1453 | = 0,1453 | 1,0108  | = 1,01030 |

## Operações

### ADDIÇÃO

**Regra.** — Dispõe-se as parcellas como na addição de inteiros, de modo que as virgulas fiquem n'uma mesma columna vertical, addicionam-se, e colloca-se na somma uma virgula correspondendo ás outras.

$$\begin{array}{r} 0,476 \\ + 5,010 \\ \hline 34,100 \end{array}$$

$$\text{Ex : } 0,476 + 5,01 + 34,1 = 39,586$$

Para exercicio :

4. Add.  $0,8 + 61,07 + 3,007 + 0,7000395$ .

8. Fundirão-se 48,52 kilogr. de prata, 4,352 kilogr. de cobre e 973,6 kilogr. de chumbo. Qual deve ser o peso total da nova liga ?

4. Dividiu-se uma regua em 4 pedaços. O primeiro de 0,25 m. de comprimento, o segundo de 0,066 m., o terceiro de 0,41 m. e o quarto de 0,274 m. Pede-se o comprimento da regua?

### SUBTRACÇÃO

**Regra.** — Reduzem-se o minuendo e o subtraendo a igual numero de algarismos decimaes, ajuntando zeros ao que tiver menos; subtrae-se como inteiros, pondo no resto uma virgula correspondendo ás outras.

$$\begin{array}{r} 3,0700 \\ - 2,0041 \\ \hline \end{array}$$

Ex.:  $3,07 - 2,0041 = 1,0659$

Para exercicio :

- Tomar a differença entre 3,07 e 1,974; e entre 0,5 e 0,4999.
- Um corpo molhado pesa 6,3 gram., e depois de secco 5,065 gram. De quanto foi a evaporação?
- A toeza de França tem 2 metros, e o fathom ou toeza da Inglaterra 1,828767 metros. Qual é a differença entre as duas?

### MULTIPLICAÇÃO

**Regra.** — Multiplicam-se como os numeros inteiros, fazendo abstracção das virgulas, e no producto separam-se com a virgula para a direita, tantos algarismos quantos forem os algarismos decimaes de ambos os factores.

$$\begin{array}{r} 3,84 \\ \times 0,7 \\ \hline \end{array}$$

Ex.:  $3,84 \times 0,7 = 2,688$

Exercios para praticar:

- Multiplicar 74,6 por 0,82 e 345,082 por 900,1074
- Multiplicar 0,03 por 0,00045. Producto 0,000135
- Multiplicar 0,5 por 100, e 6,5 por 100000
- Um kilogram. de certa mercadoria custou 45200, porquanto se comprarão 13,84 kilogrammas da mesma materia?
- Reduzir 29  $\frac{1}{4}$  grãos do thermometro de Réaumur a grãos centigrados, sabendo-se que o grão de Réaumur equivale a 1,25 grãos de thermometro centigrado.

DIVISÃO

**Regra.**—Reduzem-se o dividendo e o divisor a igual numero de algarismos decimaes, faz-se abstracção das virgulas, e divide-se como numeros inteiros.

Ex.:  $7,307 \div 5 = 1,4614$

|        |        |
|--------|--------|
| 7,307  | 5000   |
| 2 3070 |        |
| 30700  | 1,4614 |
| 7000   |        |
| 20000  |        |
| 00000  |        |

Para praticar :

2. Dividir 45,7 por 8 e 4138 por 0,04
3. Dividir 4 por 6,745 e 0,013 por 439
4. Dividir 190,4 por 10, e 9,78 por 100000, mudando a virgula.
5. Uma machina consome 3487,95 kilogram. de carvão por dia. Quanto gasta de combustivel por hora e por minuto.
6. Que porção de cobre se deve ajuntar a 1631,5 gram. de prata pura para se formar uma liga de prata de moeda, tendo a prata de moeda, a decima parte do seu peso de cobre?

As provas dos nove e real destas quatro operações tiram-se como nos numeros inteiros.

### Supplemento ás fracções

#### EXPRESSÕES FRACCIONARIAS

As fracções podem vir combinadas com diversos signaes, o que significa differentes operações a effectuar.

Mas essas operações nem sempre se effectuam na ordem em que estão indicadas, como á primeira vista parece que deveria ser.

Estas expressões tem tantos termos quantos são as quantidades separadas pelo signal *mais* ou *menos*.

Todos os factores ligados pelo signal de multipli-



cação e divisão são considerados como um só termo: assim na expressão do

$$1^{\circ} \text{ exemplo: } \frac{1}{2} + \frac{4}{9} - \frac{3}{7} \times \frac{2}{4} \div \frac{4}{5},$$

$$\text{o } 1^{\circ} \text{ termo é } \frac{1}{2}, \text{ o } 2^{\circ} + \frac{4}{9}, \text{ e o } 3^{\circ} \text{ é tudo } - \frac{3}{7} \times \frac{2}{4} \div \frac{4}{5}$$

Para a resolução das expressões combinadas por diversos signaes há a seguinte:

**Regra.**— Effectua-se em primeiro lugar as multiplicações e divisões, e depois as addições e subtracções.

$$1^{\circ} \text{ Ex.: } \frac{4}{5} \div \frac{2}{4} \times \frac{1}{2} - \frac{2}{12} + \frac{3}{10} = \frac{4}{5} \div \frac{2 \times 1}{4 \times 2} - \frac{2}{12} + \frac{3}{10} = \frac{4 \times 4 \times 2}{5 \times 2 \times 1} - \frac{2}{12} + \frac{3}{10}$$

$$= \frac{\frac{32}{10} + \frac{6}{12} + \frac{16}{10}}{60} = \frac{10}{60} + \frac{18}{60} + \frac{18}{60} = \frac{10}{60} + \frac{210}{60} = \frac{10}{60} + \frac{72}{60} = \frac{1}{3}$$

$$2^{\circ} \text{ Ex.: } \frac{6}{9} \times \frac{1}{2} - \frac{2}{4} \div \frac{3}{6} + \frac{7}{8} = \frac{6}{18} - \frac{2}{4} \div \frac{3}{6} + \frac{7}{8} =$$

$$\frac{\frac{4}{18} + \frac{6}{12} + \frac{9}{8}}{72} = \frac{24}{72} + \frac{72}{72} + \frac{63}{72} = \frac{24+63}{72} = \frac{72}{72} = \frac{87}{72} = \frac{72}{72} + \frac{15}{72} = \frac{5}{24}$$

Póde acontecer que na expressão a primeira fracção subtrativa seja maior do que a primeira additiva, para vencer esta difficuldade pratica-se a seguinte.

**Regra.**— Sommam-se todas as fracções additivas

e á parte as subtrativas, subtraindo-se depois uma somma da outra.

Ex. :

$$\frac{4}{15} - \frac{6}{15} + \frac{18}{15} - \frac{2}{15} - \frac{1}{15} = \frac{4}{15} + \frac{18}{15} - \frac{6}{15} - \frac{2}{15} - \frac{1}{15} = \frac{17}{15} - \frac{9}{15} = \frac{8}{15}$$

Havendo na expressão fracções ordinarias e decimaes, reduzem-se as decimaes a ordinarias e pratica-se como fica indicado.

$$\begin{aligned} \text{Ex. : } \frac{6}{10} - 0,5 \times \frac{4}{5} - 0,02 &= \frac{6}{10} - \frac{5}{10} \times \frac{4}{5} - \frac{2}{100} = \frac{6}{10} - \frac{20}{100} - \frac{2}{100} \\ &= \frac{60}{100} - \frac{40}{100} - \frac{2}{100} = \frac{60}{100} - \frac{42}{100} = \frac{18}{100} = \frac{9}{50} \end{aligned}$$

Os parenthesis empregam-se para indicar que toda a expressão nelles contida está subordinada ao signal de que elles vem affectados.

Neste caso effectuam-se em primeiro lugar as operações indicadas na expressão incluída no parenthesis, e com esse resultado se pratica a operação indicada pelo signal que estiver antes ou depois do parenthesis.

$$\text{Ex. : } \frac{12}{13} - \left( \frac{4}{13} + \frac{5}{13} - \frac{2}{13} \right) = \frac{12}{13} - \frac{7}{13} = \frac{5}{13}$$

Quando entre o parenthesis e uma quantidade, ou entre dous parenthesis não ha signal algum, subentende-se o signal de multiplicação.

$$\begin{aligned} \text{Ex. : } \frac{2}{3} \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{5} + \frac{4}{9} \right) &= \frac{2}{3} \times \left( \frac{1}{2} - \frac{2}{5} + \frac{4}{9} \right) \\ \text{ou } \left( \frac{3}{5} - \frac{2}{4} \right) \left( \frac{4}{9} + \frac{1}{8} \right) &= \left( \frac{3}{5} - \frac{2}{4} \right) \times \left( \frac{4}{9} + \frac{1}{8} \right) \end{aligned}$$

O parenthesis indica tambem a existencia de um factor commum ás diversas quantidades nelle contidas.

$$\text{Ex. : } \frac{2}{3} \times \frac{4}{5} + \frac{3}{7} \times \frac{2}{3} - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3} \left( \frac{4}{5} + \frac{3}{7} - \frac{1}{2} \right)$$

O factor commum ás quantidades é  $\frac{2}{3}$ : chama-se a isto pôr em evidencia o factor commum.

Usa-se tambem da *chave*,  $\{ \}$  ou do *colchete*,  $[ ]$  que é um duplo parenthesis, e indica, como aquelle, que se devem effectuar em primeiro lugar todos os calculos nelle comprehendidos, e depois praticar a operação indicada pelo signal de que está affectado.

Ex. :

$$6 \times [ 4(3+1) - (13-7) ] = 6(12+4-12) = 6 \times 4 = 24$$

## FRACÇÕES DE TERMOS FRACCIONARIOS

Fracções de termos fraccionarios são aquellas cujos termos são representados por outras fracções.

$$\text{Exs. : } \frac{\frac{3}{4}}{\frac{5}{7}}; \quad \frac{\frac{7}{4}}{3\frac{4}{5}}; \quad \frac{2\frac{1}{2} - \frac{3}{4}}{\frac{4}{5} + 0,5}$$

Nestas expressões tudo se reduz a passar de fracções de termos fraccionarios á fracções simples; para esse fim, praticam-se as operações indicadas no numerador e denominador da expressão, fazendo ao mesmo tempo as simplificações possiveis.

$$\begin{aligned}
 & \text{1º Ex:} \\
 & \frac{1}{2} - \frac{2}{5} + \frac{0,7}{2,5} + \frac{2}{5} = \frac{5}{10} - \frac{4}{10} + \frac{7}{25} + \frac{2}{5} = \frac{1}{10} - \frac{7}{25} + \frac{2}{5} = \\
 & \frac{10}{460} + \frac{7}{25} + \frac{2}{5} = \frac{1}{46} + \frac{7}{25} + \frac{2}{5} = \frac{125}{5750} + \frac{1610}{5750} + \frac{2300}{5750} = \frac{4085}{5750}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \text{2º Ex:} \quad \frac{8,5}{10,3} \times \frac{7}{4} - \frac{2}{2} - \frac{1}{2} - 0,3 = \frac{850}{103} \times \frac{7}{19} - \frac{5}{2} - \frac{3}{10} = \\
 & \quad \frac{8}{5} - \frac{7}{3} + \frac{4}{5} = \frac{8}{5} - \frac{7}{3} + \frac{4}{5}
 \end{aligned}$$

$$\frac{850}{103} \times \frac{35}{19} - \frac{20}{10} - \frac{20}{12} = \frac{29750}{1957} - \frac{20}{22} = \frac{26750}{1957} - \frac{620}{440} = \frac{1300000}{861080} - \frac{1291620}{861080} = \frac{1179880}{861080}$$

$$\text{3º Ex:} \quad \frac{0,2}{0,71} + 0,05 = \frac{0,05 \times 0,71 + 0,2}{0,71} = \frac{0,2355}{0,71} = 0,331$$

Se na pratica de um destes calculos acontecer que não se possa effectuar uma subtracção, por ser o subtraendo maior do que o minuendo, tome-se a differença entre as duas quantidades e de-se ao resultado o signal da maior somma.

$$\text{Ex.:} \quad \frac{14}{23} - \frac{18}{23} = -\frac{4}{23}$$

Este resultado significa que o problema tal qual foi enunciado é impossivel; mas que, modificado conve-

nientemente, poderá tornar-se em  $+\frac{4}{23}$

## COMPLEXOS

**Definição.**—*Numero complexo* é o que consta de partes que exprimem unidades diversas resultantes da subdivisão de uma unidade principal.

Ex.:      br.      v.      p.      pp.      l.  
           9 — 1 — 4 — 2 — 7

*Numero incompleto* é o que é formado de uma só especie de unidade.

Ex.,      br.  
           8

### Unidades complexas

#### DE COMPRIMENTO

Legua de ses-  
 maria..... = 3,000 braças.  
 Legua marítima = 3 milhas.  
 Milha..... = 841  $\frac{1}{2}$  braças.  
 Corda..... = 15 braças.  
 Braça..... = 2 varas.  
 Vara..... = 5 pals. crav.  
 Covado..... = 3 palmos fol-  
 gados.  
 Palmo craveiro = 8 pollegadas  
 Pollegada..... = 12 linhas.  
 Linha..... = 12 pontos.  
 Toesa..... = 6 pés.  
 Pé..... = 12 pollegadas  
 Passo geom.... = 5 pés geom.  
 Jarda..... = 36 poll. ingl.

#### Na astronomia

Circulo celeste. = 12 signos  
 Signo..... = 30°

#### DE SUPERFICIE

Geira ou o qua-  
 drado forjado  
 sobre 20 braças = 400 br. quad.  
 Braça quadr... = 100 pal. quad.  
 Palmo quadr... = 64 pol. quadr.

#### DE CAPACIDADE

Ton. de conta. = 2 pipas.  
 Pipa..... = 25 almudes.  
 Almude..... = 2 potes.  
 Pote..... = 6 medidas ou  
 canadas.  
 Medida..... = 4 garrafas ou  
 quartilhos.  
 Garrafa..... = 4 martelinhos  
 Moio..... = 15 fangas.  
 Fanga..... = 4 alqueires,  
 Sacco..... = 2 alqueires,  
 Alqueire..... = 4 quartas.  
 Quarta..... = 4 selamins.

#### MEDIDAS NUMERICAS

1 milheiro..... = 10 centos.  
 1 cento..... = 100 cousas.  
 1 quarteirão... = 25 cousas.  
 1 grossa..... = 12 duzias.  
 1 duzia..... = 12 cousas.

#### *Medida da circunferencia*

Circunferencia. = 360 grãos.  
 Quadrante..... = 90 grãos.  
 Grão..... = 60 minutos.  
 Minuto..... = 60 segundos.

#### DE PESO

Tonelada.... = 13  $\frac{1}{2}$  quintaes.  
 Quintal..... = 4 arrobas (2).

|                              |                                  |
|------------------------------|----------------------------------|
| Arroba. .... = 32 libras ou  | Mez commer-                      |
|                              | cial ..... = 30 dias.            |
| Libra ..... = 4 quartas ou   | Mez civil..... = 28, 29, 30 e 31 |
|                              | dias.                            |
| Lib. de botica = 12 onças.   | Semana ..... = 7 dias.           |
| Marco ..... = 8 onças.       | Dia ..... = 24 horas.            |
| Onça ..... = 8 oitavas.      | Hora ..... = 60 minutos.         |
| Oitava ..... = 3 escrupulos. | Minuto ..... = 60 segundos.      |
| Escrupulo ... = 6 quilates.  | Segundo ..... = 60 terceiros.    |
| Quilate ..... = 4 grãos.     |                                  |

**DE MOEDA**

|             |   |               |
|-------------|---|---------------|
| OURO .....  | } | Peça de 20000 |
|             |   | » » 10000     |
|             |   | » » 5000      |
| PRATA ..... | } | » » 20000     |
|             |   | » » 10000     |
|             |   | » » 500       |
| NICKEL .... | } | » » 200       |
|             |   | » » 100       |
|             |   | » » 40        |
| COBRE ..... | } | » » 20        |
|             |   | » » 10        |
|             |   | » » 10        |

**MOEDA INGLEZA**

|                 |                 |
|-----------------|-----------------|
| Libra (£).....  | 20 shillings.   |
| Shilling (sh).. | 12 pence ou di- |
|                 | nheiro sterling |
| Dinheiro ster-  |                 |
| ling .....      | 4 farthings.    |

**MOEDA FRANCEZA**

A *libra franceza* que se subdividia em 20 *soldos*, e o *soldo* em 12 *dinheiros*, foi substituida pelo franco.

Franco..... 100 centimos.

**DE TEMPO**

|                            |                |
|----------------------------|----------------|
| Seculo .....               | = 100 annos.   |
| Cyclo solar... = 28 annos. |                |
| Lustro .....               | = 5 annos.     |
| Quatriennio ... = 4 annos. |                |
| Biennio .....              | = 2 annos.     |
| Anno civil.... = 365 dias. |                |
| Anno commer-               |                |
| cial .....                 | = 360 dias.    |
| Semestre .....             | = 2 trimestres |
| Trimestre ou               |                |
| quartel..... = 3 mezes.    |                |

**DURAÇÃO DO ANNO E DO MEZ**

A duração de um anno ou de um mez, acaba sempre no anno ou mez seguinte, um dia antes aquelle em que começou.

Contando-se um anno de 5 de janeiro, elle acabará a 4 de janeiro do anno seguinte, e não a 5 de janeiro.

E contando-se um mez de 5 de janeiro, elle acabará a 4 de fevereiro, e não a 5 de fevereiro: por que o dia 5 seria já o 1º dia do 2º mez.

**DIAS QUE TEM CADA MEZ**

Trinta dias tem Setembro, Abril, Junho e Novembro, Fevereiro vinte oito tem, Se for bisexto mais um lhe dêem, Os outros, que sete são, Trinta e um todos terão.

**DURAÇÃO DO DIA**

Dia civil tem 24 horas; conta-se de meia-noite a meia-noite.

Dia astronomico tem 24 horas incompletas, de meio dia a meio dia.

Dia natural tem 12 horas, de sol a sol.

**PAPEL**

Resma de papel de impressão tem 500 folhas.

Resma de papel almaço tem 17 mãos e 3 costaneiras.

Mão tem 5 cadereços.

Caderno tem 5 folhas.

Resma de papel de hollandia 18 mãos e 3 costaneiras.

Quaderno tem 6 folhas.

A theoria dos complexos baseia-se nos dous problemas seguintes:

1.º Reduzir um numero complexo a fracção ordinaria.

2.º Reduzir uma fracção de certa unidade a numero complexo.

### Reduzir um numero complexo a fracção ordinaria

**Regra.**—Reduz-se todo o numero complexo a unidades da ultima subdivisão, e dá-se para denominador uma unidade principal reduzida á infima especie.

$$\text{Ex.: } 3 \text{ palmos } 4 \text{ pollegadas } 5 \text{ linhas} = \frac{341}{96} \text{ palmos}$$

|                |                |
|----------------|----------------|
| Para numerador |                |
| Reduzindo      | 3 palmos       |
|                | × 8 pollegadas |
|                | 24             |
| ajuntando      | + 4            |
|                | 28             |
|                | × 12 linhas    |
|                | 56             |
|                | 28             |
|                | 336            |
| ajuntando      | + 5            |
|                | 341            |

|                  |                |
|------------------|----------------|
| Para denominador |                |
|                  | 1 palmo a      |
|                  | × 8 pollegadas |
|                  | 8              |
|                  | × 12 linhas    |
|                  | 96             |

NOTA. Nos exemplos dos complexos os numeros que representarem as subdivisões, não devem incluir em si uma ou mais unidades superiores. Assim, em vez de 8 lb.—29 onç.—15 oit., se dará 9 lb.—14 onç.—7 oit.

### Reduzir uma fracção de certa uidade a numero complexo.

**Regra.**— Divide-se o numerador pelo denominador ; o quociente mostra as unidades principaes ; converte-se o resto em unidades da subdivisão immediata, pratica-se a divisao, e tem se para quociente unidades dessa especie ; e continua-se a converter os restos em especies immediatas até á ultima subdivisão.

Ex. : 341 palmos  $\begin{array}{r|l} 341 & 96 \\ \hline 96 & \times 8 \\ \hline & 53 \\ \hline & 424 \text{ pollegadas} \\ \text{Restam} & 40 \\ & \times 12 \\ \hline & 480 \text{ linhas} \\ & 000 \end{array}$  3 palmos, 4 pol., 5 linhas

### Operações

#### ADDIÇÃO

**Regra.**—Somam-se como os numeros inteiros, attendendo á irregularidade da subdivisão das diversas especies de unidades complexas.

|       |                                                      |                                                     |                                                   |
|-------|------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|---------------------------------------------------|
| Ex. : | $\begin{array}{r} 12 \\ \hline 4 \end{array}$ libras | $\begin{array}{r} 1 \\ \hline 15 \end{array}$ onças | 1 oitavas                                         |
|       | 15 »                                                 | 9 »                                                 | 2 »                                               |
|       | 9 »                                                  | 12 »                                                | 7 »                                               |
|       | <hr style="width: 100%;"/>                           | <hr style="width: 100%;"/>                          | <hr style="width: 100%;"/>                        |
|       | Somma 30 libras                                      | 5 onças                                             | 2 oitavas                                         |
|       |                                                      | $\begin{array}{r} 37 \\ \hline 5 \end{array}$   16  | $\begin{array}{r} 10 \\ \hline 2 \end{array}$   8 |
|       |                                                      | 2 libras                                            | 1 onças                                           |

#### SUBTRACÇÃO

**Regra.**—Subtraem-se como os numeros inteiros ; quando porém, o numero do subtraendo fôr maior que



o do minuendo correspondente, ajunta-se-lhe uma unidade da classe immediata decomposta em unidades da especie de que se trata, e assim por diante.

|       |           |         |           |  |
|-------|-----------|---------|-----------|--|
|       |           | 16      |           |  |
| Ex. : | 15 libras | 0 onças | 3 oitavas |  |
|       | 9 »       | 15 »    | 7 »       |  |
| Resto | 5 libras  | 0 onça  | 4 oitavas |  |

**MULTIPLICAÇÃO**

2 Casos :

1.º Multiplicando complexo e multiplicador incompleto.

2.º Multiplicador complexo e multiplicando complexo ou incompleto.

Ha 4 modos de resolução: 1.º o directo; 2.º o das partes aliquotas; 3.º o das fracções ordinarias; 4.º o da redução á unidade.

1.º CASO

*Importando 1 toeza de obra, em 4 libras, 3 shillings, e 2 pence, qual será o custo de 7 toezas de obra?*

O meio de solução mais facil é pelo modo directo. Consiste este modo em reduzir sempre um dos factores a numero incompleto.

**Regra.**— Multiplica-se o multiplicador por cada especie de unidades do multiplicando, começando pelas de menor especie, e converte-se cada producto em unidades da ordem immediata.

4 libras, 3 shillings, 2 pence, multiplicados por 7

|                       |                    |             |            |
|-----------------------|--------------------|-------------|------------|
|                       | 4 libras           | 3 shillings | 2 pence    |
|                       | × 7 toezas         | × 7 toezas  | × 7 toezas |
|                       | 28 libras          | 21 sh.      | 14 pence   |
|                       | + 1 + 2 sh. + 2 p. | + 1         |            |
| Prod. 29 £ 2 sh. 2 p. | 22                 | 20 sh.      | 14   12 p. |
|                       | 2 s.               | 1 £         | 2 1 sh.    |

Um fio de arame de 21 varas, 3 palmos, e 5 pollegadas, pesa uma libra: pergunta-se quantas varas terá uma peça do mesmo arame com o peso de 26 libras, 12 onças e 5 oitavas?

Como 21 varas, 3 palmos, 5 pollegadas = 869 pol.

|                              |                               |                                         |
|------------------------------|-------------------------------|-----------------------------------------|
| 869 pol.<br><u>× 26 lib.</u> | 869 pol.<br><u>× 12 onças</u> | 869 pol.<br><u>× 5 oit.</u>             |
| 5214                         | 1738                          | 4345   128 oitavas                      |
| 1738                         | 869                           | 505 <sup>121</sup> / <sub>128</sub>     |
|                              |                               | 121 <sup>33</sup> / <sub>128</sub> pol. |

|                                      |                   |                                                     |
|--------------------------------------|-------------------|-----------------------------------------------------|
| 22594 pol.                           | 10428   16 onças. |                                                     |
| + 651 <sup>12</sup> / <sub>16</sub>  | 0082              | 651 <sup>12</sup> / <sub>16</sub> pol.              |
| + 33 <sup>121</sup> / <sub>128</sub> | 28                | 12                                                  |
| 23279 <sup>89</sup> / <sub>128</sub> | 8                 |                                                     |
| 72                                   | 2909 pal.         | 5                                                   |
| 0079                                 | 40                | 581 v. 4 pal. 7 <sup>89</sup> / <sub>128</sub> pol. |
| 7 pol.                               | 09                |                                                     |
|                                      | 4 pal.            |                                                     |

Resolva-se o mesmo exemplo pelas fracções ordinarias.

**Regra.**—Reduz-se o multiplicando e o multiplicador a fracções ordinarias de numero complexo, multiplica-se uma pela outra, e a fracção producto converte-se em numero complexo.

Ex. :

21 varas, 3 palmos, 5 pollegadas =  $\frac{869 \text{ vs.}}{40}$  multiplicando

26 libras, 12 onças, 5 oitavas =  $\frac{3429}{128}$  multiplicador

$$\frac{869 \text{ vs.}}{40} \times \frac{3429}{128} = \frac{2979801 \text{ vs.}}{5120} = 581 \text{ vs. } 4 \text{ p. } 7 \frac{89}{128} \text{ pl.}$$

DIVISÃO

2 Casos:

- 1.º Os termos de especies diversas.
- 2.º Da mesma especie.

1.º CASO

Dividendo complexo por divisor incompleto.

**Regra.**—Divide-se cada especie de unidades do dividendo pelo divisor, considerado abstracto; convertem-se os restos em especies immediatas, ajuntando as que existem dessa ordem, e continua-se assim até a infima especie.

Uma obra de 27 toezas importou em 245 libras 3 shillings, e 9 pence; pergunta-se qual o custo de uma toeza?

|       |             |                                        |
|-------|-------------|----------------------------------------|
| Resto | 2           | 27 toezas                              |
|       | × 20 sh.    | 9 £ — 1 sh. — 7 $\frac{12}{37}$ pence. |
|       | 49 »        |                                        |
|       | + 3 »       |                                        |
| São   | 43 sh.      |                                        |
| Resto | 16          |                                        |
|       | × 12 pence. |                                        |
|       | 32          |                                        |
|       | 16          |                                        |
|       | 192 pence.  |                                        |
|       | + 9         |                                        |
| São   | 201 pence.  |                                        |
| Resto | 12          |                                        |

Dividendo e divisor complexos.

12 Almudes, 5 canadas, 2 quartilhos de agua pesaram 785 libras, 10 onças, 3 oitavas; pergunta-se quanto pesará 1 almude de agua?

Neste caso o meio mais facil é ainda o das fracções ordinarias.

**Regra.**—Reduzem-se o dividendo e o divisor a fracções ordinarias de numero complexo, divide-se uma pela outra, e a fracção resultante converte-se em numero complexo.

785 lib.—10 onç.—3 oit. ÷ 12 alm.—5 can. 2 q.

|                                                                                                                                                                                           |                                                                                                                                                                                  |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $\begin{array}{r} \times 16 \\ \hline 4710 \\ 785 \\ \hline 12560 \\ + 10 \\ \hline 12570 \text{ onças} \\ \times 8 \\ \hline 100560 \\ + 3 \\ \hline 100563 \text{ oitavas} \end{array}$ | $\begin{array}{r} \times 12 \\ \hline 24 \\ 12 \\ \hline 144 \\ + 5 \\ \hline 149 \text{ canadas} \\ \times 4 \\ \hline 596 \\ + 2 \\ \hline 598 \text{ quartilhos} \end{array}$ |
| $\frac{100563 \text{ lib.}}{128} : \frac{598 \text{ alm.}}{48} = \frac{100563 \times 48}{128 \times 598} = \frac{4827024}{76544}$                                                         |                                                                                                                                                                                  |
| $= 63 \text{ libras} - 0 \text{ onças} - 7 \frac{7248}{76544} \text{ oitavas}$                                                                                                            |                                                                                                                                                                                  |

Resolva-se ainda o mesmo exemplo pelo modo directo.

**Regra.**—Reduz-se o divisor a fracção de numero complexo, e divide-se o dividendo complexo por essa fracção, praticando a regra da divisão de um numero inteiro por uma fracção : *multiplica-se todo o numero*

complexo pelo denominador e divide-se o producto pelo numerador.

785 lib.; 10 onç., 3 oit. ÷ 12 alm., 5 can., 2 quart.

E reduzindo o divisor a fracção de numero complexo, vem : 12 alm., 5 can., 2 quart. =  $\frac{598}{48}$

$$\begin{array}{r} 785 \text{ libras} \\ \times 48 \\ \hline 6280 \\ 3140 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 10 \text{ onças} \\ \times 48 \\ \hline 480 \quad | 16 \\ 000 \quad | 30 \text{ lib.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 3 \text{ oitavas} \\ \times 48 \\ \hline 144 \quad | 128 \\ 16 \quad | 1 \text{ lib.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 37680 \text{ libras} \\ + 30 \\ + 1 \quad + 2 \text{ onças} \\ \hline 37711 \text{ libras, 2 onças} \\ 1831 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 37 \\ \times 16 \text{ onças} \\ \hline 222 \\ 37 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 592 \\ + 2 \text{ onças} \\ \hline 594 \text{ onças} \\ \times 8 \text{ oitavas} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 4752 \\ 566 \text{ resto} \end{array}$$

598 alm.

63 libras, 0 onças, 7  $\frac{598}{598}$  oit.

2º CASO

Um covado de veludo custou 2 shillings e 4 pence : pergunta-se, que porção de veludo se comprará com 2 £, 1 sh. e 3 pence ?

Os termos da mesma especie.

**Regra.** — Reduzem-se os termos a unidades da menor especie e dividem-se os resultados.

2 libras, 1 shilling, 3 pence ÷ 2 shillings, 4 pence

$$\begin{array}{r} \times 20 \\ \hline 40 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} + 1 \\ \hline \end{array}$$

41 shillings.

$$\begin{array}{r} \times 12 \\ \hline 82 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 41 \\ + 3 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 495 \text{ pence} \end{array}$$

495 pence

$$\begin{array}{r} 215 \\ 19 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 3 \\ \hline 57 \text{ palmos.} \\ 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \times 12 \\ \hline 24 \\ + 4 \\ \hline 28 \text{ pence.} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 28 \text{ pence} \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \text{ covados } 2 \frac{1}{28} \text{ palmos} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 17 \text{ covados } 2 \frac{1}{28} \text{ palmos} \end{array}$$

## SYSTEMA METRICO DECIMAL

**Definição.** — Systema metrico decimal é a reunião de todos os pesos e medidas que tem por base o *Metro*.

### METRO

|          |          |          |          |          |          |          |          |          |           |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|
| dec.     | 2        | 3        | 4        | 5        | 6        | 7        | 8        | 9        | 10        |
| dec.     | dec.     | dec.     | dec.     | dec.     | dec.     | dec.     | dec.     | dec.     | dec.      |
| 10 cent. | 20 cent. | 30 cent. | 40 cent. | 50 cent. | 60 cent. | 70 cent. | 80 cent. | 90 cent. | 100 cent. |

O metro divide-se em 10 partes iguaes, e cada uma se chama *decimetro*; o decimetro divide-se tambem em 10 partes iguaes, e cada uma destas partes se chama *centimetro*; o centimetro divide-se ainda em 10 partes iguaes, e cada uma dellas se chama *millimetro*.

Ha seis unidades principaes neste systema.

|        |         |         |    |             |
|--------|---------|---------|----|-------------|
| Metro  | para as | medidas | de | comprimento |
| Are    | »       | »       | »  | superficie. |
| Litro  | »       | »       | »  | capacidade. |
| Gramma | »       | »       | »  | peso        |
| Stere  | »       | »       | »  | volume      |
| Franco | »       | »       | »  | moeda       |

Estas unidades tem *multiplos* e *submultiplos*, que se formam na razão decupla.

*Multiplos* são as medidas 10, 100, 1000, 10000 vezes maiores do que a unidade.

*Submultiplos* são as medidas 10, 100, 1000, vezes menores do que a unidade.

Os multiplos destas unidades formam-se antepondo ás ditas unidades as palavras gregas :

|              |                |       |       |
|--------------|----------------|-------|-------|
| <i>Deca</i>  | que quer dizer | ..... | 10    |
| <i>Hecto</i> | »              | »     | 100   |
| <i>Kilo</i>  | »              | »     | 1000  |
| <i>Myria</i> | »              | »     | 10000 |

Os submultiplos formam-se antepondo as palavras latinas :

|              |                |       |                    |
|--------------|----------------|-------|--------------------|
| <i>Deci</i>  | que quer dizer | (0,1) | decimo.            |
| <i>Centi</i> | »              | »     | (0,01) centesimo.  |
| <i>Milli</i> | »              | »     | (0,001) millesimo. |

### DO METRO

**Definição.**—Metro é a decima millionesima parte da quarta parte do meridiano da terra.

O quarto do meridiano avaliado pelos sabios francezes Delambre e Mechain foi o do polo do Norte ao equador, cujo comprimento é de 5,130,740 toezas—4 pés 5 pollegadas—4 linhas.

Dividio-se esta distancia em dez milhões de partes iguaes e achou-se  $\frac{5,130,740T-4P-5PP-4L}{10000000} =$

3 pés—0 pollegadas — 11,296 linhas do pé francez, comprimento este a que se deu o nome de *metro*, unidade fundamental e base do novo systema.

Os 3 pés — 0 pollegadas 11,296 linhas do pé francez. equivalem a 4 palmos—4 pollegadas—4 linhas—4 pontos do palmo craveiro portuguez.

O *metro* tem, pois, 4 palmos—4 pollegadas—4 linhas—4 pontos, ou approximadamente  $4\frac{1}{2}$  palmos.

multiplos do metro são :

|            |    |       |        |
|------------|----|-------|--------|
| Decametro  | ou | 10    | metros |
| Hectometro | »  | 100   | »      |
| Kilometro  | »  | 1000  | »      |
| Myriametro | »  | 10000 | »      |

Os submultiplos são :

|            |             |                           |
|------------|-------------|---------------------------|
| Decimetro  | ou $0^m,1$  | (a decima parte do metro) |
| Centimetro | » $0^m,01$  | (a centesima » » » )      |
| Millimetro | » $0^m,001$ | (a millesima » » » )      |

As abreviaturas do metro, seus multiplos e submultiplos são :

|                |                |                    |
|----------------|----------------|--------------------|
| <i>m.</i>      | que quer dizer | <i>metro.</i>      |
| <i>dec. m</i>  | » » »          | <i>decametro.</i>  |
| <i>hec. m</i>  | » » »          | <i>hectometro.</i> |
| <i>kil. m</i>  | » » »          | <i>kilometro.</i>  |
| <i>myr. m</i>  | » » »          | <i>myriametro</i>  |
| <i>deci. m</i> | » » »          | <i>decimetro.</i>  |
| <i>cen. m</i>  | » » »          | <i>centimetro.</i> |
| <i>mil. m</i>  | » » »          | <i>millimetro.</i> |

Convertem-se metros em *decametros*, *hectometros*, *kilometros*, *myriametros*. recuando a virgula *uma*, *duas*, *tres*, *quatro* casas para a esquerda : o que equi-



vale a dividir o numero de metros por 10, 100, 1000, 10,000.

Ex. :

m.            dec. m.            hec. m.            kil. m.            myr. m.  
 9438,7 = 943,87 = 94,387 = 9,4387 = 0,94387

Reduzem-se metros a *decímetros*, *centímetros*, *milímetros*, mudando a virgula *uma, duas, tres* casas para a direita: o que equivale a multiplicar o numero de metros por 10, 100, 1000.

Ex. :            m.            deci. m.            cen. m.            mil. m.  
 38,704 = 387,04 = 3870,4 = 38704

Dado o preço de um metro, para ter se o preço de um *decametro*, acrescenta-se um zero á direita; de um *hectometro*, dous zeros; de um *kilometro*, tres zeros; de um *myriametro*, quatro zeros: o que equivale a multiplicar o preço de um metro por 10, 100, 1000, 10000.

Ex. :

|                               |          |
|-------------------------------|----------|
| Custando um metro de fazenda. | \$240    |
| 10 metros custarão.....       | 2400     |
| 100 » » .....                 | 24000    |
| 1000 » » .....                | 240000   |
| 10000 » » .....               | 2.400000 |

Dado o preço de um metro, para saber-se o preço de um *decimetro*, separa-se com a virgula um algarismo á direita: de um *centimetro*, dous algarismos; de um *millimetro*, tres algarismos: o que equivale a dividir a quantia por 10, 100, 1000, etc.

Ex. :

|                         |       |
|-------------------------|-------|
| Um metro de seda custa  | 3580  |
| Um decimetro custará... | 358,0 |
| Um centimetro » ...     | 35,8  |
| Um millimetro » ...     | 3,58  |

## Escrever um numero metrico decimal

**Regra.**— Escreve-se primeiro a parte inteira com a designação da unidade e depois a parte decimal, não havendo inteiros, por-se-á zero e virgula na casa das unidades.

Ex.:  $\overset{\text{m.}}{14,03}$  ou  $0,01403$  ou  $\overset{\text{kil. m.}}{140,3}$  ou  $\overset{\text{decl. m.}}{140,3}$

## Ler um numero metrico decimal

Os numeros das diversas unidades do systema metrico decimal podem ler-se de tres modos.

Ex.:  $\overset{\text{m.}}{312,609}$

1º modo: lê-se em primeiro lugar a parte inteira, se houver, e depois a decimal, dando no fim o nome da ultima subdivisão metrica ou decimal: 312 metros e 609 millimetros ou 609 millesimos do metro

2º modo: lê-se todo o numero como se fosse inteiro, dando no fim a denominação metrica da ultima casa: 312 mil 609 millimetros.

3º modo: lê-se destacadamente cada ordem de unidades de que se compõe o numero, dando a cada uma a designação metrica respectiva: 3 hectometros, 1 decametro, 2 metros, 6 decimetros, 0 centimetros e 9 milimetros.

Não obstante, nas distancias menores do que 1000 metros, toma-se para unidade sómente o *metro*. E diz-se 864 metros, e não 8 hectometros, 6 decametros e 4 metros.

Nas distancias itinerarias que excederem de 1000 metros, a unidade é o *kilometro*. O numero 7035m lê-se: 7 kilometros, 35 metros, e não 7 kilometros, 0 hectometros, 3 decametros e 5 metros.

Nas medidas *geographicas* toma-se por unidade o myriametro ou o kilometro. Ex. 348761 m. lêr-se-á: 34 myriametros, e 8761 metros, ou 348 kilometros e 761 metros.

Nas medidas chamadas *de regoa* usa-se do centimetro, dizendo-se uma meza ou uma janella de tantos centimetros de largura ou de comprimento, etc.

Nas medidas *scientificas* toma-se por unidade o millimetro. E se dirá que o diametro de uma peça ou o corpo de uma letra é de tantos millimetros.

Nas medidas que exigirem ainda maior apreciação, como na lapidação das faces das pedras preciosas, etc., pode-se ainda tomar uma subdivisão do millimetro.

### DO METRO QUADRADO

*Quadrado* é uma figura plana fechada que tem quatro lados iguaes e quatro angulos rectos. (fig. 1.)



O quadrado de um numero forma-se multiplicando-se esse numero por si mesmo. O quadrado de 1 é 1, o de 2 é 4, o 3 é 9, o de 4 é 16; etc

**Definição.** — *Metro quadrado* é o espaço comprehendido em um quadrado que tem de cada lado um metro de comprimento.

Os metros quadrados dividem-se de 100 em 100 : assim o metro quadrado divide-se em <sup>decim.<sup>2</sup></sup> 100; o decimetro quadrado em <sup>centim.<sup>2</sup></sup> 100; o decametro quadrado em <sup>m<sup>2</sup></sup> 100, etc.

Os multiplos do metro quadrado são :

|                              |              |
|------------------------------|--------------|
| O decametro quadrado que tem | $m^2$<br>100 |
| O hectometro » » »           | 10000        |
| O kilometro » » »            | 1000000      |
| O myriametro » » »           | 100000000    |

Os submultiplos são :

- O decimetro quadrado, que tem 0,01 (a centesima parte do metro quadrado).
- O centimetro quadrado 0,0001 (a decima millesima parte do metro quadrado.)
- O millimetro quadrado 0,000001 (a millionesima parte do metro quadrado).

As letras com que se designam abreviadamente o metro quadrado, os seus multiplos e submultiplos, são:

|                                  |                |                         |
|----------------------------------|----------------|-------------------------|
| $m^2$ , ou <i>m q.</i> . . . . . | que quer dizer | <i>metro quadrado</i> . |
| <i>dec. m. q.</i> . . . . .      | » » »          | <i>decametro</i> »      |
| <i>hec. m. q.</i> . . . . .      | » » »          | <i>hectometro</i> »     |
| <i>kil. m. q.</i> . . . . .      | » » »          | <i>kilometro</i> »      |
| <i>myr. m. q.</i> . . . . .      | » » »          | <i>myriametro</i> »     |
| <i>deci. m. q.</i> . . . . .     | » » »          | <i>decimetro</i> »      |
| <i>cen. m q.</i> . . . . .       | » » »          | <i>centimetro</i> »     |
| <i>mil, m. q.</i> . . . . .      | » » »          | <i>millimetro</i> »     |

E' preciso não confundir as subdivisões do metro quadrado com as do metro linear. O metro linear divide-se em 10 decímetros, e o metro quadrado em 100 decímetros quadrados, etc. ; o decimetro linear divide-se em 10 centímetros, e o decimetro quadrado em 100 centímetros quadrados. De modo que, qualquer unidade superior subdivide-se sempre em 100 inferiores, donde resulta que, cada unidade inferior é a centesima parte da sua immediatamente superior. Logo, claro fica, que o decimetro quadrado é a centesima parte do metro quadrado; que o centimetro quadrado é a centesima

parte do decimetro quadrado, ou a decima millesima parte do metro quadrado, etc.

O decimetro quadrado tambem não é igual á decima parte do metro quadrado ; pois, o decimetro quadrado representa a centesima parte do metro quadrado

$\overset{m^2}{(0,01)}$ . e a decima parte do metro quadrado representa dez decimetros quadrados  $\overset{m^2}{(0,10)}$ .

*Convertem-se metros quadrados em seus multiplos recuando a virgula duas, quatro, seis, etc., casas para a esquerda.*

Ex. :  $\overset{\text{mil } m^2}{307,5} = 3,075$  centimetros quadrados =  $0,03075$  decimetros quadrados =  $0,0003075$  metros quadrados.

*Reduzem-se metros quadrados a submultiplos mudando a virgula duas, quatro, seis, etc., casas para a direita.*

Ex. :  $\overset{m^2}{3,88} = 483,00$  decimetros quadrados =  $48300,00$  centimetros quadrados =  $4830000,00$  milimetros quadrados.

## Lêr um numero de metros Quadrados

**Regra.** — Divide-se a parte inteira, a contar da virgula para a esquerda, em classes de dois algarismos, dando á 1ª classe o nome de metros quadrados, á segunda o de decametros quadrados, á terceira o de hectometros quadrados, etc. ; e lê-se da esquerda para a direita, dando a cada classe a denominação competente.

Faltando algum algarismo na ultima classe decimal, preenche-se com um zero.

TABOA DE NUMERAÇÃO

|                       |                      |                       |                      |                  |                      |                       |                       |
|-----------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|------------------|----------------------|-----------------------|-----------------------|
| myriametros quadrados | kilometros quadrados | hectometros quadrados | decametros quadrados | metros quadrados | decimetros quadrados | centimetros quadrados | millimetros quadrados |
| 4                     | 28                   | 70                    | 36                   | 50, 03           | 89                   | 10                    |                       |

Ex. : 428703650,03891, lê-se 4 myriametros quadrados, 28 kilometros quadrados, 70 hectometros quadrados, 36 decametros quadrados, 50 metros quadrados, e 3 decimetros quadrados, 89 centimetros quadrados, e 10 millimetros quadrados.

**Outro modo** mais em uso e mais facil : lê-se 428 milhões 703 mil 650 metros quadrados e 38 mil 910 millimetros quadrados, ou 3891 centesimos millesimos do metro quadrado, e não 3891 centi-millimetros quadrados.

**Escrever um numero de metros quadrados**

**Regra.**—Escreve-se o numero da esquerda para a direita, attendendo-se a que cada classe de unidades deve constar de dois algarismos, excepto a primeira á esquerda, que pode constar de um ; põe-se zeros nas ordens que faltarem e a virgula no lugar competente.

Ex. : Escrever 4 decametros quadrados, 81 metros

quadrados, 5 decímetros quadrados e 34 centímetros quadrados =  $481,0534^{\text{m.}^2}$ .

O metro quadrado, seus multiplos e submultiplos servem para se medir as pequenas superficies, como aquellas que até aqui se avaliavam em braças quadradas, palmos quadrados, pollegadas quadradas, etc.

*Superfície* é a extensão que tem duas dimensões: *comprimento e largura*.

Para se avaliar uma superfície multiplica-se o comprimento pela largura. Um terreno que tem, por exemplo,  $5^{\text{m}}$ , 36 de comprimento e  $8^{\text{m}}$ , 4 de largura, terá:  $5,36 \times 8,4 = 45,024^{\text{m}}$  de superfície.

As medidas de superfície dividem-se em três classes: *medidas de superfície propriamente ditas, medidas agrarias e medidas topographicas*.

Nas medidas de *superfície propriamente ditas* toma-se por unidade o *metro quadrado, o decametro quadrado, o decimetro quadrado, o centimetro quadrado*, etc. Assim se tivessemos de avaliar a superfície de uma sala a expressariamos em metros quadrados; a superfície de uma mesa, em decímetros quadrados; a superfície da capa de um livro, em centímetros quadrados.

Nas *medidas topographicas* emprega-se o *kilometro e o myriametro quadrados*. Tendo-se, pois, de medir a superfície de um territorio, estado ou provincia, dir-se-á: tem tantos *myriametros* ou tantos *kilometros quadrados*, em vez de tantas leguas ou tantas milhas quadradas.

Nas *medidas agrarias* servem-se do decametro quadrado, que toma então o nome de *are*, o qual substitue a geira de 400 braças quadradas, o alqueire de 10,000 braças quadradas etc.

**Observação importante.**—Não ha medidas de superfície propriamente ditas. Quando se diz

*metro quadrado, decametro quadrado, decimetro quadrado, etc.*, estas expressões não são mais do que o resultado do calculo que se fez para avaliar a superficie.

### DO ARE

**Definição.**—Are é um quadrado que tem de cada lado 10 metros de comprimento ou 100 metros quadrados,  $10 \times 10 = 100$ .

O *are* serve para medir os terrenos de cultura, como campos, fazendas, etc. E equivale approximadamente a 21 braças quadradas.



Dos multiplos do are é usado o *neclare* ou 100 ares.

Dos submultiplos do are é usado o *centiare*, (0,01) a centesima parte do are, ou com preferencia o *metro quadrado*, a que é igual.

Não se usão todos os multiplos e submultiplos do are, porque sendo o are um quadrado perfeito, todos estes multiplos o deveriam ser tambem: mas tendo o *decare* e o *kilodare*, o primeiro 1000 m.<sup>2</sup> e o segundo 100,000m<sup>2</sup>, não se pode formar com esse numero de metros uma superficie que tenha de cada lado um numero exacto de metros lineares.



Peia mesma razão não se usão o *decimetro quadrado* e o *milimetro*.

As abreviaturas do *are*, seus multiplos e submultiplos são :

*a*..... que quer dizer *are*  
*hec. a*..... que quer dizer *hectare*  
*cen. a*..... que quer dizer *centiare*

Convertem-se *ares* em *hectares*, recuando a virgula duas casas para a esquerda ; e em *centimetros* ou *metros quadrados*, mudando a virgula duas casas para a direita.

Ex. :  $304 \overset{a}{=} 3,04 \overset{hec. a}{=} 30400$  ou  $30400 \overset{m.^2}{}$

Reduzem-se *metros quadrados* em *ares* e *hectares*, recuando a virgula duas, quatro casas para a esquerda.

Ex. :  $18043 \overset{m.^2}{=} 180,43 \overset{a}{=} 1,8043 \overset{hec. a}{}$

Nas medidas quadradas ou de superficie a dizima é sempre formada de classes de dous algarismos ; havendo um só, accrescenta-se um zero.

Ex. :  $45,6 \overset{a}{=} 45,60 \overset{cen. a}{=} 4560,00$  etc.

### DO METRO CUBICO

Cubo é um volume que tem seis faces quadradas iguaes entre si (fig. 2.)



O cubo de um numero é o producto desse numero multiplicado duas vezes por si mesmo.

Ex. : o cubo de 1 é 1 ; o de 2 é 8 ( $2 \times 2 \times 2$ ) ; o de 3 é 27 ( $3 \times 3 \times 3$ ), etc.

**Definição.** — *Metro cubico* é um volume de seis faces, tendo cada uma um metro quadrado.

Os metros cubicos dividem-se de 1000 em 1000 : assim o metro cubico divide-se em 1000 decímetros cubicos, o decimetro cubico em 1000 centímetros cubicos, etc.

As unidades cubicas usadas são sómente :

O *metro cubico*, que tem 1000 *decímetros cubicos*.

O *decimetro cubico*, que tem 1000 *centímetros cubicos*.

O *centimetro cubico*, que tem 1000 *millímetros cubicos*.

O metro cubico, seus multiplos e submultiplos, designão-se abreviadamente, deste modo :

|                                       |                |                            |
|---------------------------------------|----------------|----------------------------|
| <i>m. c.</i> ou <i>m.<sup>3</sup></i> | que quer dizer | <i>metro cubico</i> .      |
| <i>deci m.<sup>3</sup></i>            | » » »          | <i>decimetro cubico</i> .  |
| <i>cen. m.<sup>3</sup></i>            | » » »          | <i>centimetro cubico</i> . |
| <i>mil m.<sup>3</sup></i>             | » » »          | <i>millimetro cubico</i> . |

O *decimetro cubico* é um cubo que tem um decimetro de lado.

O *centimetro cubico* é um cubo que tem um centimetro de lado.

O *millimetro cubico* é um cubo que tem um millimetro de lado.

*Reduzem-se metros cubicos a submultiplos, mudando a virgula tres, seis, nove casas para a direita.*

$$\text{Ex. : } \overset{\text{m.}^3}{2,48} = \overset{\text{deci. m.}^3}{2480,000} = \overset{\text{cen. m.}^3}{2480000,000}$$

*Convertem-se millímetros cubicos em centímetros, decímetros e metros cubicos, recuando a virgula tres, seis, nove casas para a esquerda.*

$$\text{Ex. : } 7081854182 \text{ mil. m.}^3 = 7081854,182 \text{ centímetros cubicos} = 7081,854182 \text{ decímetros cubicos} = 7,081854182 \text{ metros cubicos.}$$

Para evitar erros graves, é preciso attender ás diversas relações que o metro cubico tem com seus sub-multiplos, e não confundir o *decimetro* e o *centimetro cubicos* com o decimetro e o centimetro lineares. O metro cubico divide-se em 1000 decimetros cubicos, etc. Donde se vê que, contendo qualquer unidade superior 1000 das inferiores, uma inferior será a millesima parte da sua immediatamente superior; e por isso o *decimetro cubico* é a millesima parte do metro

cubico ( $0,001$ ); o *centimetro cubico* a millesima parte do decimetro cubico ou a millionesima parte do metro cubico ( $0,001$  ou  $0,000001$ ), etc.

Tambem é necessario observar que o decimetro cubico não é igual á decima parte do metro cubico;

porque o decimetro cubico se representa  $0,001$  e vale um decimetro cubico, e a decima parte do metro cubico se designa  $0,1$  e vale 100 decimetros cubicos ( $0,100$ ).

## Lêr um numero de metros cubicos

**Regra.** — Divide-se o numero dado em classes de tres algarismos, a contar da virgula para a direita, dando-se á 1.<sup>a</sup> classe o nome de decimetros cubicos, á 2.<sup>a</sup> o de centimetros cubicos, á 3.<sup>a</sup> o de millimetros cubicos. Lê-se depois o numero da esquerda para a direita, dando a cada classe a denominação competente. Se a ultima classe decimal não tiver os tres algarismos accrescentam-se zeros para preencher os que faltarem.

TABOA DE NUMERAÇÃO

|                 |                     |                      |
|-----------------|---------------------|----------------------|
| metros cubicos. | decimetros cubicos. | centimetros cubicos. |
| 980543,         | 784                 | 200                  |

$m.^3$

Ex.: 980543,7842; lê-se: 980 mil 543 metros cubicos, 784 decimetros cubicos e 200 centimetros cubicos, e não 7842 decimillimetros cubicos.

*Ou melhor*, 980 mil 543 metros cubicos, e 7842 decimos millesimos do metro cubico.

**Escrever um numero de metros cubicos**

**Regra.**—Escreve-se o numero dado da esquerda para a direita, separando a parte inteira, se a houver, da decimal por meio de uma virgula, attendendo-se que cada classe deve constar de tres algarismos, excepto a 1.<sup>a</sup> da esquerda, que poderá constar de 1, 2 ou 3 algarismos, e assignalam-se com zeros as ordens que faltarem.

Ex.: escrever 48 metros cubicos e 65 decimetros cubicos =  $48,065$

O metro cubico e seus submultiplos servem para se medir os trabalhos de construcção, como os volumes das pedras, do barro, das madeiras, dos materiaes, etc., e substituem a braça cubica, o palmo cubico, a polle-gada cubica etc.

O metro cubico equivale approximadamente a 94 palmos cubicos.

As medidas que servem para se medirem os volumes dos corpos, chamam-se *medidas de volume*.

*Volume de um corpo é uma grandeza que tem três dimensões : comprimento, largura, altura ou profundidade.*

*Mede-se o volume de um corpo, multiplicando-se entre si as tres dimensões desse corpo.* Uma sala, por exemplo, que tem 6 metros de comprimento, 3 metros de largura e 5 metros de altura, terá 90 metros cubicos de volume.

A madeira de construcção mede-se reduzindo-se o seu volume a metros cubicos. Assim uma viga que tem, por exemplo, 9 metros de comprimento, 3 decimetros de largura e 4 decimetros de altura, terá, reduzindo-se o seu volume a metros cubicos,  $9 \times 0,3 \times 0,4 = 1,08$  (1 metro cubico e 80 decimetros cubicos)

Nos pequenos volumes toma-se por unidade o *decimetro* e o *centimetro cubicos*.

O metro cubico equivale a 1000 litros ou a 1000 kilogrammas.

### DO STERE

**Definição.**—Stere é o cubo de um metro.

E' a medida para medir lenha.



Dos multiplos do stere são usados :

○ decastere ou 10 steres.

E o duplo stere que tem 2 steres.

Dos submúltiplos do stere são usados :

deci. st.

O decistere ou (0,1) a decima parte do stere.

E o meio decastere, que tem 5 steres.

As abreviaturas do stere, seu múltiplo e submúltiplo são :

|               |     |      |       |            |
|---------------|-----|------|-------|------------|
| st. . . . .   | que | quer | dizer | stere,     |
| dec. st. . .  | »   | »    | »     | decastere. |
| deci. st. . . | »   | »    | »     | decistere, |

Escreve-se e lê-se um numero de steres, como se fosse metros lineares.

st.

Ex. : 15,3, lê-se : 15 steres e 3 decisteres.

O stere é o proprio metro cubico.

O decastere = 10 metros cubicos.

O decistere = 100 decímetros cubicos.

Convertem-se steres em *decasteres*, mudando a virgula uma casa para a esquerda ; e em *decisteres*, uma casa para a direita.

|       |      |          |           |
|-------|------|----------|-----------|
|       | st.  | dec. st. | deci. st. |
| Ex. : | 65,7 | = 6,57   | ≅ 657     |

Transformam-se steres em metros cubicos, mudando sómente a designação da unidade.

st.            m.<sup>3</sup>

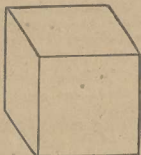
Ex. : 65,7 = 65,7

que se lê :

65 steres e 7 decisteres é igual a 65 metros cubicos e 7 decimos do metro cubico, ou 65 metros cubicos e 700 decímetros cubicos, e não 65 metros cubicos e 7 decímetros cubicos.

### DO LITRO

**Definição.**—Litro é a capacidade de um decímetro cubico.



decímetro cubico

O litro serve para se medirem os liquidos e seccos, como : o vinho, azeite, feijão, arroz, etc.

Para mais commodidade, deu-se a esta medida a fôrma cylindrica, cuja fôrma varia segundo é destinada a medir liquidos, ou seccos.



Litro para seccos



Litro para liquidos

O litro para seccos é de madeira, ferro, etc., e deve ter de altura interior dous terços do seu diametro. Equivale approximadamente a meio selamim.

O litro para líquidos é de estanho, folha de Flandres, etc., e a sua altura interior deve ser o dobro do diametro. Equivale approximadamente a garrafa e meia.

As medidas para oleo e leite, são de folha de Flandres, e tem a altura igual ao diametro.

Os multiplos do litro são :

Decalitre ou . . . . . 10 litros.

Hectolitro ou . . . . . 100 litros.

Os submultiplos do litro são :

Decilitro ou (0,1) a decima parte do litro.

Centilitro ou (0,01) a centesima parte do litro.

As abreviaturas do litro, seus multiplos e submultiplos são :

|                  |     |      |       |                    |
|------------------|-----|------|-------|--------------------|
| <i>l.</i> . . .  | que | quer | dizer | <i>litro.</i>      |
| <i>dec. l.</i>   | »   | »    | »     | <i>decalitro.</i>  |
| <i>hec. l.</i>   | »   | »    | »     | <i>hectolitro.</i> |
| <i>decil. l.</i> | »   | »    | »     | <i>decilitro.</i>  |
| <i>cen. l.</i>   | »   | »    | »     | <i>centilitro.</i> |

Para facilitar o commercio, ha tambem as medidas duplas e as metades de medidas.

Os duplos usados são :

O duplo decalitre, que tem. 20 litros

O duplo litro, que tem . . . . . 2 litros

O duplo decilitro, que tem. 0,2 do litro (2 decilitros).

O duplo centilitro, que tem. 0,02 do litro (2 centilitros).

Os meios são :

O meio decalitre, que tem . . . 5 litros.

O meio litro, que tem . . . . . 0,5 do litro (5 decilitros).

O meio decilitro, que tem . . . 0,05 do litro (5 centilitros).

Os litros escrevem-se e leem-se como as medidas lineares.

Ex. :

<sup>l.</sup>  
356,48, ler-se-á : 356 litros e 48 centilitros

Convertem-se litros em seus multiplos ou submulti-



plos, somente com a mudança da virgula, como nos multiplos e submultiplos do metro.

Ex. :

$$\begin{array}{cccccc} \text{l.} & \text{dec. l.} & \text{hec. l.} & \text{deci. l.} & \text{cen. l.} & \\ 356,48 = 35,648 = 3,5648 = 3564,8 = 35648 \end{array}$$

### Relações do litro com o metro cubico.

|                   |                                     |                            |
|-------------------|-------------------------------------|----------------------------|
| 1 litro . . . . . | $\overset{\text{m.}^3}{=} 0,001$    | ( 1 decimetro cubico).     |
| 1 decalitro . =   | 0.010                               | ( 10 decimetros cubicos).  |
| 1 hectolitro. =   | 0,100                               | (100 decimetros cubicos)   |
| 1 kilolitro. . =  | 1                                   | ( 1 metro cubico).         |
| 1 decilitro . =   | $\overset{\text{m.}^3}{=} 0,000100$ | (100 centimetros cubicos). |
| 1 centilitro. =   | 0,000010                            | ( 10 centimetros cubicos). |
| 1 millilitro. =   | 0,000001                            | ( 1 centimetro cubico).    |

### Relações do metro cubico com o litro

|                            |                               |                        |
|----------------------------|-------------------------------|------------------------|
| 1 metro cubico . . . . .   | $\overset{\text{l.}}{=} 1000$ | litros ou 1 kilolitro. |
| 1 decimetro cubico . . . = | 1                             | litro                  |
| 1 centimetro cubico. . =   | 0,001                         | litro (1 millilitro).  |

**Reduzir litros, seus multiplos ou submultiplos, a metros cubicos ou submultiplos do metro cubico.**

**Regra**— Iguala-se o numero de litros a decimetros cubicos, e convertem-se estes em metros cubicos ou nos seus multiplos. Se o numero dado for um multiplo ou submultiplo do litro, reduz-se primeiramente a litros.

Ex. : Converter <sup>l.</sup> 34,57 em metros, decímetros e centímetros cubicos.

$$34,57 = 34,570 = 0,034570 = 34570,000$$

l.
dec. m.<sup>3</sup>
m.<sup>3</sup>
cen. m.<sup>3</sup>

**Converter metros cubicos, seus multiplos ou submultiplos, em litros, seus multiplos ou submultiplos.**

**Regra.**—Iguala-se o numero de decímetros cubicos a litros, e depois passa-se destes para os seus multiplos ou submultiplos. Se o numero dado fôr de metros cubicos ou submultiplos do metro cubico, reduzem-se primeiramente a decímetros cubicos.

Ex. : 31 decametros cubicos em hectolitros.

$$31 = 31000000 = 31000000 = 310000$$

dec. m.<sup>3</sup>
dec. m.<sup>3</sup>
litros
hectolitros

## DO GRAMMA

**Definição.**—Gramma é o peso da agua distillada contida na capacidade de um centimetro cubico, na temperatura de 4 grãos do thermometro centigrado.

O gramma serve para se pesarem as pequenas quantidades de metal, ouro, diamantes, drogas, etc. Equivale a 20 grãos.

No commercio está adoptado o kilogramma, como unidade de peso, e tambem as fracções e multiplos do kilogramma. Assim, diz-se : *meio kilogramma* (0,5 kilogr.), *5 kilogrammas* (5 kilogr), *20 kilogrammas* (20 kilogr.), etc.

O *kilogramma* equivale approximadamente a 2 libras e pouco mais de meia quarta.



centimetro cubico



kilogramma



gramma

Ha uma serie de 24 pesos de diversos tamanhos desde 50 kilogrammas até 1 milligramma.

A primeira parte desta serie é de 7 pesos de fórma cylindrica, e cuja altura não deve exceder o dobro do seu diametro.

São :

|                 |                |
|-----------------|----------------|
| 50 kilogrammas. | 5 kilogrammas. |
| 20 »            | 2 »            |
| 10 »            | 1 »            |
|                 | 500 grammas.   |

Estes pesos são de ferro.

A 2ª parte da serie consta de 9 pesos tambem de fórma cylindrica ; mas cuja altura não deve exceder a metade do seu diametro.

São :

|              |             |
|--------------|-------------|
| 200 grammas. | 10 grammas. |
| 100 »        | 5 »         |
| 50 »         | 2 »         |
| 20 »         | 1 »         |

Estes pesos devem ser de metal, á excepção dos tres primeiros, que podem ser de ferro.

A 3ª parte da serie é formada por 9 laminas de metal de fórma rectangular, e servem para se avaliar os metaes preciosos, como : o ouro, prata, etc., e as drogas.

São :

|                 |  |                 |
|-----------------|--|-----------------|
| 5 decigrammas.  |  | 2 centigrammas. |
| 2 »             |  | 1 »             |
| 1 »             |  | 5 milligrammas. |
| 5 centigrammas. |  | 2 »             |
|                 |  | 1 »             |

Para evitar enganões, os decigrammas tem uma das margens virada, e os centigrammas um dos cantos.



Os multiplos do gramma são :

|             |    |       |         |
|-------------|----|-------|---------|
| Decagramma  | ou | 10    | grammas |
| Hectogramma | ou | 100   | »       |
| Kilogramma  | ou | 1000  | »       |
| Myriagramma | ou | 10000 | »       |

Os submultiplos são :

|             |            |             |                 |
|-------------|------------|-------------|-----------------|
| Decigramma  | ou (0,1)   | a decima    | parte do gramma |
| Centigramma | ou (0,01)  | a centesima | »               |
| Milligramma | ou (0,001) | a millesima | »               |

Ha além destes multiplos o *quintal metrico*, que tem 100 kilogrammas, e a *tonelada metrica*, que tem 1000 kilogrammas.

Diz-se tambem *kilos* por abreviatura de kilogrammas.

As abreviaturas do gramma, seus multiplos e sub-multiplos são :

|                  |             |                |                          |
|------------------|-------------|----------------|--------------------------|
| <i>gm.</i>       | . . .       | que quer dizer | <i>gramma.</i>           |
| <i>dec. gr.</i>  | . . . » » » |                | <i>decagramma.</i>       |
| <i>hec. gr.</i>  | . . . » » » |                | <i>hectogramma.</i>      |
| <i>kil. gr.</i>  | . . . » » » |                | <i>kilogramma,</i>       |
| <i>myr. gr.</i>  | . . . » » » |                | <i>myriagramma.</i>      |
| <i>dec. gr.</i>  | . . . » » » |                | <i>decigramma.</i>       |
| <i>cen. gr.</i>  | . . . » » » |                | <i>centigramma.</i>      |
| <i>mil. gr.</i>  | . . . » » » |                | <i>milligramma.</i>      |
| <i>quint. m.</i> | . . . » » » |                | <i>quintal metrico.</i>  |
| <i>ton. m.</i>   | . . . » » » |                | <i>tonelada metrica.</i> |

Os numeros metricos que representam as medidas de peso, escrevem-se e leem-se, como se representassem medidas lineares.

kilogr.

Ex. : 4,3474 lê-se : 4 kilogrammas, 347 grammas e 4 decigrammas.

Convertem-se grammas em seus multiplos ou submultiplos, somente com a mudança da virgula, como nos multiplos e submultiplos do metro.

|                 |                 |                  |                 |
|-----------------|-----------------|------------------|-----------------|
| <i>gm.</i>      | <i>dec. gr.</i> | <i>deci. gr.</i> | <i>kilgr.</i>   |
| Ex. : 7135,26   | = 713,526       | = 71352,6        | = 7,13526       |
| <i>myr. gr.</i> | <i>hec. gr.</i> | <i>cen. gr.</i>  | <i>mil. gr.</i> |
| = 0,713526      | = 71,3526       | = 713526         | = 7135260.      |

|   |                            |               |   |                |
|---|----------------------------|---------------|---|----------------|
| 0 | gramma . . . . .           | corresponde a | 1 | centim. c.     |
| 0 | decagramma . . . . .       | »             | a | 10 » »         |
| 0 | hectogramma . . . . .      | »             | a | 100 » »        |
| 0 | kilogramma . . . . .       | »             | a | 1 decim. c.    |
| 0 | myriagramma . . . . .      | »             | a | 10 » »         |
| 0 | quintal metrico . . . . .  | »             | a | 100 » »        |
| 0 | tonelada metrica . . . . . | »             | a | 1 metro c.     |
| 0 | decigramma . . . . .       | »             | a | 100 millim. c. |
| 0 | centigramma . . . . .      | »             | a | 10 » c.        |
| 0 | milligramma . . . . .      | »             | a | 1 » »          |

### Converter grammas, seus multiplos ou submultiplos, em metros cubicos ou seus submultiplos

**Regra.** — Iguala-se o numero de grammas a centimetros cubicos, e destes se passa a decimetros cubicos e a metros cubicos. Se o numero dado fôr um multiplo ou submultiplo do gramma, converte-se primeiramente em grammas.

Converter 42 decagrammas em centimetros, decimetros e metros cubicos.

$$\text{Ex. : } 42 \overset{\text{dec. gr.}}{=} 420 \overset{\text{grm.}}{=} 420 \overset{\text{cen. m.}^3}{=} 0,420 \overset{\text{deci. m.}^3}{=} 0,000420 \overset{\text{m.}^3}{}{}$$

### Reduzir grammas a litros

**Regra.** — Iguala-se o numero de grammas a centimetros cubicos, e destes se passa a litros ou a seus multiplos. Se fôr um multiplo ou submultiplo do gramma, reduz-se primeiramente a grammas.

Converter 2 kilogrammas e 897 grammas em litros, decilitros, centilitros, etc.

$$2,897 \overset{\text{kilgr.}}{=} 2897 \overset{\text{gr.}}{=} 2897 \overset{\text{milli. l.}}{=} 289,6 \overset{\text{cen. l.}}{=} 28,97 \overset{\text{deci. l.}}{=} 2,897 \overset{\text{l.}}{}$$

|                      |               |                 |
|----------------------|---------------|-----------------|
| O gramma.....        | corresponde a | 1 mililitro.    |
| O decagramma.....    | »             | a 1 centilitro. |
| O hectogramma.....   | »             | a 1 decilitro.  |
| O kilogramma.....    | »             | a 1 litro.      |
| O myriagramma....    | »             | a 1 decalitre.  |
| O quintal metrico... | »             | a 1 hectolitro. |
| A tonelada metrica.. | »             | a 1 kilolitro.  |

### DO FRANCO

**Definição.** — Franco é uma moeda de peso de 5 grammas de prata, na qual se contém um decimo de liga de cobre.

O franco subdivide-se em *cem centimos*.

Não se dão denominações aos multiplos e submultiplos do franco. Diz-se : 20 francos, 10 francos, e não decafranco ; 5 centimos, e não 5 centifrancos.

Abreviadamente o franco designa-se pelas letras *fr.*

## CONVERSÕES

### MEDIDAS LINEARES

|                                         | metros     |
|-----------------------------------------|------------|
| Legua Brasileira (de 8.000 braças)..... | = 6600     |
| Legua portugueza (de 18 ao grão)....    | = 6172,84  |
| Legua maritima (de 20 ao grão).....     | = 5555,5   |
| Legua ingleza (de 3 milhas inglezas) .. | = 4827,9   |
| Legua franceza (de 25 ao grão).....     | = 4444,4   |
| Legua de correio ou metrica.....        | = 4000     |
| Milha (841 3/4 braças).....             | = 1851,86  |
| Toeza (6 pés).....                      | = 1,98     |
| Passo geometrico....                    | = 1,65     |
| Pé portuguez.....                       | = 0,93     |
| Yard imperial.....                      | = 0,91     |
| Braça.....                              | = 2,2      |
| Vara.....                               | = 1,1      |
| Covado (3 palmos folgados).....         | = 0,68     |
| Palmo craveiro.....                     | = 0,22     |
| Pollegada.....                          | = 0,0375   |
| Linha.....                              | = 0,002291 |

### MEDIDAS DE LIQUIDOS

|                                | l        |
|--------------------------------|----------|
| Tonel (2 pipas).....           | = 1597,2 |
| Pipa (25 almudes)..            | = 798,6  |
| Almude.....                    | = 31,944 |
| Canada.....                    | = 2,662  |
| Garrafa ou quarti-<br>lho..... | = 0,665  |
| Martelliho.....                | = 0,166  |

### MEDIDAS DE SECCOS

|                        | l.       |
|------------------------|----------|
| Moio (15 fangas)...    | = 2175,2 |
| Fanga (4 alquei) =     | 145,08   |
| Alqueire brasileiro. = | 36,27    |
| Quarta.....            | = 9,07   |
| Selaminia.....         | = 2,27   |

### MEDIDAS DE PESO

|                     | gram.      |
|---------------------|------------|
| Tonelada (54 @).... | = 793288,4 |
| Quintal (4 @).....  | = 58758,4  |
| Arroba @.....       | = 14689,6  |
| Libra.....          | = 459,05   |
| Onça.....           | = 28,69    |
| Oitava.....         | = 3,59     |
| Grão.....           | = 0,049    |

### MEDIDAS DE SUPERFICIE

|                                   | m. <sup>2</sup> |
|-----------------------------------|-----------------|
| Geira (400 braças quadradas)..... | = 1936          |
| Braça quadrada....                | = 4,84          |
| Palmo quadrado....                | = 0,0484        |
| Pé quadrado.....                  | = 0,1089        |
| Pollegada quadrada =              | 0,0008          |
| Vara quadrada....                 | = 1,21          |
| Toeza quadrada... =               | 3,9204          |

### MEDIDAS DE VOLUME

|                   | m. <sup>3</sup> |
|-------------------|-----------------|
| Braça cubica..... | = 10,648        |
| Vara cubica.....  | = 1,381         |
| Palmo cubico..... | = 0,010648      |
| Toeza cubica..... | = 7,762362      |
| Pé cubico.....    | = 0,035937      |

Obs. A praça do Rio de Janeiro adoptou o alqueire de 40 litros por offerecer mais facilidade nas subdivisões.

### EXERCÍCIOS PARA PRATICAR

1. Reduzir 841 varas a metros.
2. Reduzir 6887,45 metros a varas.
3. Reduzir 5 br.—3 p.—2 pp. a metros, e 937,2 decímetros a braças.
4. Reduzir 674,1 kilogr. a libras.
5. Reduzir 1673 alqueires a hectolitros.
6. Reduzir 3481,8 decalitros a canadas.
7. Reduzir 871,80 m<sup>2</sup>. a ares.
8. Calcular em metros quadrados a superfície de um terreno que tem 25 braças de frente e 139 de fundo.
9. Calcular em kilogrammas o peso d'água destillada contida em um vaso, cuja capacidade é de 9,881 m<sup>3</sup>.
10. Calcular em metros cúbicos um volume que tem 24 palmos de alto, 16¼ de largo e 32 de comprimento.

## PROPORÇÕES

**Definição.**—Proporção é a expressão de igualdade entre duas razões.

*Razão ou relação* é o resultado da comparação entre duas quantidades da mesma especie.

Ha duas especies de razões: *razão por differença* e *razão por quociente*.

*Razão por differença* é a differença entre duas quantidades.

Ex.  $11-8=3$ , que se exprime 11:8; e lê-se: 11 está para 8.

*Razão por quociente* é o quociente entre duas quantidades.

Ex.  $6:3=2$ , que se exprime 6:3; e lê-se: 6 está para 3.

Os termos de uma *razão* devem ser homogeneos, quer se comparem por differença, quer por quociente, porque quantidades heterogeneas não se excedem nem se contém.

Mas ha *proporção* entre quantidades heterogeneas, havendo igualdade de razões, porque é nisto que consiste a proporção.

Toda a proporção consta de duas razões: o 1º e 2º termo formam a 1ª razão; o 3º e 4º, a 2ª razão.



Chamam-se *termos*, ás quantidades que se comparam.

Uma proporção consta de quatro termos.

$$\begin{array}{ccc} 1^{\text{a}} \text{ razão} & & 2^{\text{a}} \text{ razão} \\ \text{Ex. : } & 7.4 & : 6.3 \end{array}$$

Nesta proporção, 7 e 3 chamam-se *extremos*, e 4 e 6 *meios*; 7 e 6 *antecedentes*, e 4 e 3 *consequentes*.

### Proporção por differença

**Definição.**—Proporção por differença é a expressão de igualdade entre duas razões por differença.

$$\text{Ex. : } 7 - 4 = 6 - 3$$

Escreve-se deste modo: 7.4 : 6.3, e lê-se: 7 está para 4 como 6 está para 3.

A proporção por differença também se chama *equidifferença*.

**Propriedade fundamental.**—*Em toda a equidifferença a somma dos extremos é igual á somma dos meios.*

$$\text{Ex. } 7 . 4 : 6 . 3, \text{ donde } 7 + 3 = 4 + 6$$

**Reciproca.**—*Se a somma de dous numeros for igual á somma de dous outros, esses quatro numeros formam uma equidifferença, collocando-se nos extremos as parcelas de uma somma e no meio as da outra.*

$$\text{Ex. : } 7 + 3 = 4 + 6, \text{ donde } 7 . 4 : 6 . 3$$

### Determinar um termo desconhecido de uma equidifferença

**Regra.**—Se o termo desconhecido é um dos extremos, sommam-se os meios, e dessa somma subtrae-se o extremo conhecido; se o termo desconhecido é um dos meios, sommam-se os extremos e da somma subtrae-se o meio conhecido. O resto mostrará o termo desconhecido.

Ex. :

7.4.6.x, donde  $x=4 + 6 - 7 = 10-7=3$ , ou  $x=3$   
 2.x.5.7 >  $x=2 + 7 - 5 = 9-5=4$ , ou  $x=4$

Pode-se alternar, inverter e transpor, os termos de uma proporção, sem alterar a mesma proporção.

|                                                                       |                |
|-----------------------------------------------------------------------|----------------|
| Ex. : .....                                                           | 9 . 2 : 11 . 4 |
| Alternar é mudar a collocação dos meios ou dos extremos. }            | 9 . 11 : 2 . 4 |
|                                                                       | 4 . 2 : 11 . 9 |
| Inverter é passar os antecedentes para consequentes e vice-versa..... | 2 . 9 : 4 . 11 |
| Transpor é trocar os lugares das razões .....                         | 11 . 4 : 9 . 2 |

Pode-se ajuntar ou subtrair a mesma quantidade a ambos os antecedentes, a ambos os consequentes, aos termos de uma razão, ou de ambos de uma proporção por diferença, sem alterar a proporção.

Equidiferença continua é aquella que tem os meios iguaes.

Ex. : 6 . 4 : 4 . 2, ou 6 . x : x . 2

Em toda a equidiferença continua, um dos meios é igual á semi-somma dos extremos.

Ex. :

6 . x : x . 2, donde  $x = \frac{6+2}{2} = \frac{8}{2} = 4$  ou  $x = 4$

Nesta equidiferença, 4 chama-se meio differencial.

### Proporção por quociente

**Definição.**—Proporção por quociente ou simplesmente proporção, é a expressão de igualdade entre duas razões por quociente.

Ex. :

$15 \div 3 = 30 \div 6$ , e escreve-se  $15 : 3 :: 30 : 6$ .  
 Lê-se: 15 está para 3, assim como 30 está para 6.

**Propriedade fundamental.** — *Em toda a proporção o producto dos extremos é igual ao producto dos meios.*

15 : 3 :: 30 : 6, donde,  $15 \times 6 = 3 \times 30 = 90$

**Reciproca.** — *Se o producto de dous numeros for igual ao de dous outros, estes quatro numeros formam proporção, collocando-se nos extremos os factores de um producto, e nos meios os do outro.*

Ex. :  $8 \times 3 = 4 \times 6$ , donde,  $8 : 4 :: 6 : 3$

Podem-se multiplicar ou dividir pela mesma quantidade ambos os antecedentes, ambos os consequentes, os termos de uma razão, ou de uma proporção, sem alterar a proporção.

### **Determinar um termo desconhecido de uma proporção**

**Regra.** — *Se o termo desconhecido é um dos extremos, multiplicam-se os meios e divide-se esse producto pelo extremo conhecido; se o termo desconhecido é um dos meios, multiplicam-se os extremos, e esse producto divide-se pelo meio conhecido.*

Exs.:

$$8 : 4 :: 6 : x, \text{ donde, } x = \frac{4 \times 6}{8} = \frac{24}{8} = 3, \text{ ou } x = 3$$

$$8 : 4 :: x : 3 \quad \text{»} \quad x = \frac{8 \times 3}{4} = \frac{24}{4} = 6, \text{ ou } x = 6$$

## **REGRA DE TRES**

**Definição.** — *Regra de tres é a operação pela qual se determina o quarto termo de uma proporção, sendo conhecidos os outros tres.*

A regra de tres é *simplex* ou *composta*.

*Simple* é a que depende de uma só circumstancia e se resolve por uma só proporção.

A regra de tres simples é *directa* ou *inversa*.

*Directa* é aquella que, á medida que crescem ou decrescem os termos principaes, crescem ou decrescem os seus relativos.

*Termos principaes*, são os dous termos conhecidos da mesma especie.

*Termos relativos*, são os outros dous da mesma especie, dos quaes um é conhecido e outro desconhecido.

Modo de armar a proporção :

**Regra.**—Se a proporção é *directa*, um termo principal e seu relativo formam os antecedentes, e outro principal e seu relativo os consequentes; se é *inversa*, um principal e seu relativo occupam os extremos, e outro principal e seu relativo os meios, formando sempre a 1.<sup>a</sup> razão os dous termos principaes. Exemplo da regra de tres *directa* :

*6 jornaleiros fazem em certo tempo 24 braças de obra : quantas braças farão no mesmo tempo 18 jornaleiros ?*

Disposição dos dados :

$$\begin{array}{l} 6 \text{ j.} - 24 \text{ br.} \\ 18 \text{ — } X \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 6 \text{ j.} - 24 \text{ br.} \\ 18 \text{ — } X \end{array}} \right\} 6:18::24:X, \text{ donde } X = \frac{18 \times 24}{6} = \frac{432}{6} \\ = 72, \text{ ou } X = 72 \text{ braças.}$$

Exemplo de regra de tres *inversa* :

*5 jornaleiros fazem certa obra em 15 dias : quantos jornaleiros farão a mesma obra em 25 dias ?*

Disposição dos dados :

$$\begin{array}{l} 15 \text{ ds.} - 5 \text{ j.} \\ 25 \text{ — } X \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} 15 \text{ ds.} - 5 \text{ j.} \\ 25 \text{ — } X \end{array}} \right\} 25:15::5:X, \text{ donde } X = \frac{15 \times 5}{25} = \frac{75}{25} \\ = 3, \text{ ou } X = 3 \text{ jornaleiros.}$$

## REGRA DE TRES COMPOSTA

### METHODO DA UNIDADE

**Definição.**—Regra de tres composta é aquella em que os termos principaes dependem de mais de uma circumstancia.

*Ex. : « 4 jornaleiros trabalhando 5 horas por dia, fazem 40 braças de obra em 8 dias ; quantas braças farão 3 jornaleiros em 15 dias, trabalhando 6 horas por dia n'um terreno 3 vezes mais difficil que o primeiro ? »*

### DISPOSIÇÃO DOS DADOS

| j. | d. | br. | h. | diff. |                |
|----|----|-----|----|-------|----------------|
| 4  | 8  | 40  | 5  | 1     | Primeira turma |
| 3  | 15 | X   | 6  | 3     | Segunda turma  |

Analyse da 1ª turma :

Dividindo o numero de braças, pelo numero de jornaleiros  $\left(\frac{40}{4}\right)$ , tem-se o trabalho de um jornaleiro. Dividindo este resultado por 8,  $\left(\frac{40}{4 \times 8}\right)$  tem-se o trabalho de um jornaleiro em 1 dia. E dividindo ainda o ultimo resultado por 5,  $\left(\frac{40}{4 \times 8 \times 5}\right)$  ter-se-á o trabalho de um jornaleiro em um dia e em uma hora por dia.

Analyse da 2ª turma :

Ora, representando a ultima fracção o trabalho de 1 jornaleiro em um dia e em 1 hora, facil é saber-se o trabalho da 2ª turma. Com effeito, tendo-se o trabalho de um jornaleiro para se obter o de 3, basta multiplicar por 3,  $\left(\frac{40 \times 3}{4 \times 8 \times 5}\right)$ . E tendo-se o tra-

balho de 3 jornaleiros em 1 dia, para se obter o de 3 em 15 dias, basta tambem multiplicar por 15,  $\left(\frac{40 \times 3 \times 15}{4 \times 8 \times 5}\right)$ . E finalmente, tendo-se o trabalho de 3 jornaleiros em 15 dias, trabalhando 1 hora por dia, para se obter o de 3 jornaleiros em 15 dias trabalhando 6 horas por dia, basta multiplicar por 6,  $\left(\frac{40 \times 3 \times 15 \times 6}{4 \times 8 \times 5}\right)$ .

Esta fracção representa o trabalho de 3 jornaleiros em 15 dias, trabalhando 6 horas por dia, n'um terreno que tem um de dificuldade. E' clare que, quanto maior fôr a dificuldade do terreno tanto menor será o trabalho feito. E, se a dificuldade do terreno em que trabalha a segunda turma é 3 vezes maior, ella fará um trabalho 3 vezes menor. Logo, deve dividir-se a fracção por 3,

$$\left(\frac{40 \times 3 \times 15 \times 6}{4 \times 8 \times 5 \times 3}\right). \text{ Donde :}$$

$$X = \frac{40 \times 3 \times 15 \times 6}{4 \times 8 \times 5 \times 3} = \frac{10800}{480} = \frac{1080}{48} = \frac{45}{2}$$

= 22  $\frac{1}{2}$  braças, ou X = 22 braças e 5 palmos.

2º Ex. : « 20 jornaleiros gastam 18 dias, trabalhando 10 horas por dia para concluir 560 braças de certa obra: quantos jornaleiros serão precisos, para em 31 dias, a 9 horas por dia, fazerem 875 braças ? »

DISPOSIÇÃO DOS DADOS

|    |    |    |     |                 |
|----|----|----|-----|-----------------|
| j. | d. | h. | br. |                 |
| 20 | 18 | 10 | 560 | Primeira turma. |
| X  | 31 | 9  | 875 | Segunda turma.  |

Analyse da primeira turma :

Dividindo-se o numero de braças 560 pelo numero de jornaleiros 20,  $\left(\frac{560}{20}\right)$  tem-se as braças feitas

por um jornaleiro em 18 dias, trabalhando 10 horas por dia. Dividindo-se este trabalho por 18 dias,  $\left(\frac{560}{20 \times 18}\right)$  tem-se o trabalho de um jornaleiro feito em 1 dia, trabalhando 10 horas por dia. Dividindo-se ainda este resultado por 10 horas,  $\left(\frac{560}{20 \times 18 \times 10}\right)$  ter-se-á o trabalho feito por um jornaleiro em um dia, trabalhando uma hora por dia.

Analyse da 2ª turma.

Representando a ultima fracção o trabalho de 1 jornaleiro em um dia trabalhando 1 hora por dia, para obter-se o trabalho de  $x$  jornaleiros no mesmo tempo basta multiplicar-se a ultima fracção por  $x$ ,  $\left(\frac{560 \times x}{20 \times 18 \times 10}\right)$ . Tendo-se o trabalho de  $x$  jornaleiros em 1 dia, para obter-se o trabalho dos mesmos jornaleiros em 31 dias, basta multiplicar-se o resultado por 31,  $\left(\frac{560 \times x \times 31}{20 \times 18 \times 10}\right)$ . E se isto é o trabalho de  $x$  jornaleiros em 31 dias, trabalhando 1 hora por dia, para tel-o em 9 horas por dia, bastará multiplicar este resultado por 9 horas,  $\left(\frac{560 \times x \times 31 \times 9}{20 \times 18 \times 10}\right)$ . Ora, representando esta fracção o trabalho de  $x$  jornaleiros em 31 dias, trabalhando 9 horas por dia, este trabalho será igual a 875 braças, ou

$$\frac{560 \times x \times 31 \times 9}{20 \times 18 \times 10} = 875 \text{ ou } x \times \frac{560 \times 31 \times 9}{20 \times 18 \times 10} = 875$$

Quando se tem um todo igual a um factor conhecido e outro desconhecido, determina-se o factor desconhecido dividindo-se o todo pelo factor conhecido.

$$\begin{aligned} \text{Logo, } x &= 875 \div \frac{560 \times 31 \times 9}{20 \times 18 \times 10} = \frac{875 \times 20 \times 18 \times 10}{560 \times 31 \times 9} \\ &= \frac{875 \times 2 \times 10}{28 \times 31} = \frac{5 \times 125}{31} = \frac{625}{31} = 20 \frac{5}{31} \end{aligned}$$

**Outro modo.** — Seja o 2º exemplo :

| j.  | d.   | h.   | br.   |                 |
|-----|------|------|-------|-----------------|
| 20  | — 18 | — 10 | — 560 | Primeira turma. |
| $x$ | — 31 | — 9  | — 875 | Segunda turma.  |

Analysando a 1ª turma de um modo identico ao que ja se fez, dividindo o numero de braças pelo numero de jornaleiros, dias e horas,  $\left(\frac{560}{20 \times 18 \times 10}\right)$  ter-se-á

o trabalho feito por 1 jornaleiro em 1 dia, trabalhando 1 hora por dia. E na 2ª turma, dividindo-se o trabalho pelo numero de jornaleiros, dias e horas,

$\left(\frac{875}{x \times 31 \times 9}\right)$  Tem-se tambem o trabalho feito por 1 jornaleiro em 1 dia, trabalhando 1 hora por dia. E representando ambas estas fracções o trabalho feito por 1 jornaleiro em 1 dia, e em 1 hora por dia, segue-se que ellas são iguaes, ou  $\frac{560}{20 \times 18 \times 10} = \frac{875}{x \times 31 \times 9}$ .

Multiplicando-se ambos os membros da igualdade por  $x$ , e fazendo a redução de  $x$  no 2º membro, vem :

$$\begin{aligned} x \times \frac{560}{20 \times 18 \times 10} &= \frac{875}{31 \times 9}, \text{ donde} \\ x &= \frac{875}{31 \times 9} \div \frac{560}{20 \times 18 \times 10} = \frac{875 \times 20 \times 18 \times 10}{31 \times 9 \times 560} \\ &= \frac{875 \times 2 \times 10}{31 \times 28} = \frac{5 \times 125}{31} = \frac{625}{31} = 20 \frac{5}{31} \end{aligned}$$



## REGRA DE JUROS

*Juro* é o lucro que se tem de um capital emprestado a premio.

A quantia emprestada chama-se *principal* ou *capital*.

*Taxa* do juro é o juro de um capital fixo em um tempo também fixo.

O capital fixo costuma ser 100.

Considera-se em uma regra de juros quatro cousas : *capital, taxa, juro e tempo*.

Dadas tres destas quantidades, determina-se a quarta

### Determinar o juro de qualquer quantia.

**Regra.**— Multiplica-se o capital pela taxa e pelo tempo, e esse producto divide-se por 100.

**PROBLEMA.**— Qual é o juro de 450\$000 a 6% ao anno em tres annos ?

**OUTRO.**— *Pede-se o juro de 5:000\$ a 7% do anno em 2 1/2 annos ?*

PRATICAMENTE :

$$\begin{array}{r}
 450\$000 \text{ capital.} \\
 \times 6 \text{ taxa.} \\
 \hline
 2700000 \\
 \times 3 \text{ annos.} \\
 \hline
 81000[00] \quad | \quad 100 \\
 \hline
 \text{Juro... } 81\$000
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 5:000\$000 \text{ capital.} \\
 \times 7 \text{ taxa.} \\
 \hline
 35000000 \\
 \times 2,5 \text{ annos.} \\
 \hline
 175 \\
 70 \\
 \hline
 8750000[00] \quad | \quad 100 \\
 \hline
 \text{Juro... } 875\$000
 \end{array}$$

Determinar o capital ou a taxa, ou o tempo, sendo dado o juro e os outros dois factores conhecidos.

**Regra.**— Multiplica-se sempre o juro por 100, e divide-se esse producto pelo producto dos outros dois factores conhecidos.

**PROBLEMA.**—*Que capital em 3 annos a 6% ao anno produz o juro de 81\$000?*      **OUTRO.**—*Quanto esteve o capital de 5:000 a 7% ao anno para render 875\$000?*

|                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                      |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p align="center"><b>PRATICAMENTE</b></p> $\begin{array}{r l} 81\$000 \text{ juro.} \\ \times 100 \\ \hline 8100000 \\ 90 \\ 00 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{tempo} \times \text{taxa} \\ 18 \\ \hline 450\$000 \end{array}$ | $\begin{array}{r l} 875\$000 \text{ juro.} \\ \times 100 \\ \hline 87500000 \\ 1750 \\ 0000 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{capital} \times \text{taxa} \\ 35:0[00000 \\ \hline 2,5 \text{ ou } 2\% \\ \text{annos.} \end{array}$ |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

Tambem se resolve qualquer questão de juro com o uso destas formulas

$$j = \frac{c \times i \times t}{100}, \quad c = \frac{j \times 100}{i \times t}; \quad i = \frac{j \times 100}{c \times t}; \quad t = \frac{j \times 100}{i \times c}$$

*j*, representa o juro pedido; *c*, o capital emprestado; *i*, a taxa do juro; e *t*, o tempo.

Dado qualquer problema substituem-se nestas formulas os valores respectivos, ou applica-se a regra de cada uma, e ter-se- o valor da incognita.

**Problema.**—*Pergunta-se qual  o juro de 850\$ em 10 annos a 6% ao anno?*

$$\left. \begin{array}{l} c = 850\$000 \\ t = 10 \text{ annos} \\ i = 6000 \end{array} \right\} \text{ substituindo : } X = \frac{850\$000 \times 10 \times 6}{100}$$

$$\frac{51000000}{100} = 510\$000. \text{ O juro  } 510\$000.$$

A regra de juros pode-se tambem resolver pela regra de tres composta.

Tome-se o mesmo exemplo.

Disposio dos dados :

$$\begin{array}{r} 100 \text{ — } 6\$ \text{ — } 1 \\ 850 \text{ — } X \text{ — } 10 \end{array}$$

Analyse :

Dividindo a taxa 6 pelo capital fixo 100,  $\left(\frac{6}{100}\right)$

tem-se o juro de um mil réis em um anno. Ora, tendo-se o juro de um mil réis em um anno, para se obter o de 850\$ no mesmo tempo, basta multiplicar por 850\$

$\left(\frac{6 \times 850000}{100}\right)$ . E representando esta fracção o juro de 850\$ em um anno para se obter o juro da mesma quantia em

10 annos basta multiplicar por 10,  $\left(\frac{6 \times 850000 \times 10}{100}\right)$ .

E' claro que, se se tem o juro de 850\$ a 6\$ por cento ao anno e em 10 annos, ter-se-á, o que se pede.

$$\text{Logo: } X = \frac{6 \times 850000 \times 10}{100} = \frac{51000000}{100} = 510\$.$$

O juro é pois 510\$000.

## REGRA DE DESCONTO

*Desconto* é o abatimento feito na importancia de uma letra ou bilhete, pagavel em certo tempo, e que se deseja realizar antes do vencimento.

Chama-se *valor nominal do bilhete* a quantia inscripta no bilhete.

Ha duas especies de desconto : *desconto por fóra* e *desconto por dentro*.

### Desconto por fóra

*Desconto por fóra* é o juro do valor nominal da letra durante o tempo que ella tem de correr.

Calcular o desconto por fóra de 1:500\$000, importancia de uma letra a vencer-se no fim de 2  $\frac{1}{2}$  annos, sendo a taxa do desconto 8  $\frac{0}{0}$ ?

**Solução.** — Se por 100 o banqueiro desconta 8 em um anno, em 2  $\frac{1}{2}$  annos descontará  $8 \times 2,5$  ou 20(0). E

se por cada 100 em 2 annos o banqueiro desconta 20, por uma letra de 1.500\$ quanto descontará? O que se traduz na proporção:

$$100 : 20 :: 1.500\$ : X, \text{ donde} \\ X = \frac{1.500\$ \times 20}{100} = \frac{30000000}{100} = 300\$000$$

A formula do desconto por fóra é a mesma que para a regra de juros.

$$\text{Desconto por fóra : } D = \frac{c \times i \times t}{100}$$

Substituindo-se na formula os valores do problema resolvido tem-se o mesmo valor achado.

Sendo  $c = 1.500\$000$ ,  $i = 8$ , e  $t = 2 \frac{1}{2}$  vem:

$$D = \frac{c \times i \times t}{100} = \frac{1.500\$000 \times 8 \times 2,5}{100} = \frac{30000000}{100} \\ = 300\$000$$

Se, em vez de se pedir o desconto, se pedisse o valor da letra descontada, que tambem se chama *valor actual*, bastaria subtrair o desconto do seu valor nominal.

Ex.:

|                                  |            |
|----------------------------------|------------|
| Valor nominal da letra . . . . . | 1.500\$000 |
| Desconto . . . . .               | 300\$000   |
| Valor actual . . . . .           | 1.200\$000 |

Pode-se tambem achar logo o valor actual de uma letra

Seja o mesmo problema.—Descontar 8 por cento quer dizer que em cada 100 se abate 8. Logo, uma letra de 100 em um anno vale actualmente 100—8 ou 92. E é claro que, se em um anno se desconta 8, em 2 ½ annos se descontará 8×2,5 ou 20(0. Ora, se uma letra de 100 a 2 ½ annos vale actualmente 100—20 ou 80, uma letra de 1.500\$000 quanto valerá?

$$100 : 80 :: 1:500\$000 : x, \text{ d'onde } x = \frac{120000000}{100} \\ = 1:200\$000$$

Formula do valor actual no desconto por fóra ;

$$V = \frac{c \times (100 - i \times t)}{100}$$

Para se saber neste caso o desconto toma-se a differença entre o valor nominal e o valor actual da letra.

Este modo de descontar é geralmente seguido no commercio, e por isso se chama *desconto commercial*.

### Desconto por dentro

*Desconto por dentro* é o juro do valor actual da letra.

Este desconto, sendo a taxa a mesma, é menor que o desconto por fóra ; porque neste calcula-se sómente o juro do valor actual da letra, que é sempre menor que o valor nominal, que serve de base para o desconto por fóra.

Sirva de exemplo a mesma letra que se descontou por fóra para se apreciar a differença entre o desconto por fóra e o desconto por dentro.

**Solução.**— Se o capital 100 em 1 anno vence 8 por cento, em 2 ½ annos vencerá  $8 \times 2,5$  ou 20(0. Logo, se uma letra de 120 a 2 ½ annos representa actualmente 100, quanto valerá a letra de 1:500\\$000?

$$120 : 100 :: 1:500\$000 : x, \text{ donde}$$

$$x = \frac{1:500\$000 \times 100}{120} = \frac{150000000}{120} = 1:250\$000$$

|                                  |           |
|----------------------------------|-----------|
| Desconto por fóra.....           | 300\\$000 |
| » » dentro.....                  | 250\\$000 |
| Differença entre um e outro..... | 50\\$000  |

Se se pedisse o desconto dar-se-ia deste modo a  
**Solução.**— Se sobre 120 o desconto é 20, sobre  
1:500\$000 quanto será?

$$120 : 20 :: 1:500\$000 : x, \text{ donde}$$
$$x = \frac{1:500\$000 \times 20}{120} = \frac{30000000}{120} = 250\$000$$

Ha tambem esta formula para o desconto por dentro :

$$D = \frac{c \times i \times t}{100 + i \times t}$$

Uma regra de tres pelo methodo da unidade resolveria ainda qualquer destes descontos.

## REGRA DE COMPANHIA

**Definição.**— Regra de companhia ou de sociedade é a operação que tem por fim dividir o ganho ou perda proporcionalmente entre as pessoas associadas.

O ganho ou perda de cada socio é proporcional á sua entrada se os tempos são iguaes, e proporcional ao tempo se as entradas são iguaes.

Quando as entradas e os tempos são diversos o lucro é proporcional aos productos dos tempos pelas entradas.

### Tempos iguaes com entradas diversas

**PROBLEMA.**— Tres pessoas associadas ganharam em uma especulação 5:000\$000. Uma dessas pessoas entrou com o capital de 2:000\$000; outra com 1:800\$000; e a 3ª com 850\$000: pergunta-se quanto toca á cada uma?

Sendo o tempo o mesmo, o lucro de cada uma será proporcional á maior ou menor quantia com que teve entrado.

Praticamente procede-se :

|                |            |  |                          |  |               |      |           |
|----------------|------------|--|--------------------------|--|---------------|------|-----------|
| Entrada do 1°  | 2:000\$000 |  | Lucro total <sup>o</sup> |  | Som. das ent. |      |           |
| » do 2°        | 1:800\$000 |  | 5:00                     |  | 0\$000        | 4:65 | 0\$000    |
| » do 3°        | 850\$000   |  | 3500                     |  |               |      |           |
| Som. das entr. | 4:650\$000 |  | 2450                     |  |               |      | 1,075268. |
|                |            |  | 1250                     |  |               |      |           |
|                |            |  | 3200                     |  |               |      |           |
|                |            |  | 4100                     |  |               |      |           |
|                |            |  | 380.                     |  |               |      |           |

E' necessario levar o quociente até a 6ª casa decimal

Para maior approximação tome-se 9 em vez de 8 para a ultima letra.

Para determinar o lucro do 1° :

$$\begin{array}{r} 1,075269 \text{ quociente.} \\ \times 2:000\$000 \text{ ent. do 1}^\circ \\ \hline 2:150538\$[000000 \end{array}$$

Para determinar o lucro do 2° :

$$\begin{array}{r} 1,075269 \text{ quociente.} \\ \times 1:800\$000 \text{ ent. do 2}^\circ \\ \hline 8602152 \\ 1075269 \\ \hline 1:935\$484[200000 \end{array}$$

Para determinar o lucro do 3° :

$$\begin{array}{r} 1,075269 \text{ quociente.} \\ \times 850\$000 \text{ ent. do 3}^\circ \\ \hline 5376345 \\ 8602152 \\ \hline 913\$978[650000 \end{array}$$

Prova :

$$\begin{array}{r} \text{Lucro do 1}^\circ \quad 2:150\$538 \\ \text{» » 2}^\circ \quad + \quad 1:935\$484 \\ \text{» » 3}^\circ \quad \quad \quad 913\$978 \\ \hline 5:000\$000 \end{array}$$

### Entradas iguaes e tempos diversos

**PROBLEMA.**—Uma pessoa começou um negocio com 15:000\$000; 5 mezes depois admittio um socio que entrou com igual quantia; 3 mezes depois da entrada do 2º socio, a casa deu ainda sociedade a uma 3ª pessoa, que entrou tambem com 15:000\$000. No fim do anno havendo um lucro de 32:000\$000 qual é a parte correspondente a cada socio?

E' claro que tendo entrado todos com igual quantia, os lucros devem ser repartidos proporcionalmente ao tempo em que cada socio teve empattado o seu capital.

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                   |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|-------------|------------------|--|------------------|------------------------|------|----|--|-----|--|----|--|----|--|-----|--|----|--|-----|--|-----|--|----|-------------------------------|-------------------------------|--------------------------|--------------------------|------------|-----------|------------|----------------------------|------------|--|-----------------------------|--|-------------------------------|-------|--------------------------|-------------------------|-----------|----------------------|-----------------|--------------------|--|-------------------------|--|
| <table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%;">O cap. do 1º esteve em giro 12 m.</td> <td style="width: 50%; text-align: right;">Lucro total</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">» » 2º » » » 7 »</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">» » 3º » » » 4 »</td> <td style="text-align: right;">32:000\$000   28 mezes</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; border-top: 1px solid black;">23 »</td> <td style="text-align: right; border-top: 1px solid black;">90</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: right;">210</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: right;">30</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: right;">70</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: right;">100</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: right;">80</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: right;">110</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: right;">180</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: right; border-top: 1px solid black;">19</td> </tr> </table><br><table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <td style="width: 50%;">Para determinar o lucro do 1º</td> <td style="width: 50%;">Para determinar o lucro do 3º</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">1:391\$804,347 quociente</td> <td style="text-align: right;">1:391\$804,347 quociente</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">× 12 mezes</td> <td style="text-align: right;">× 4 mezes</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; border-top: 1px solid black;">2782508691</td> <td style="text-align: right; border-top: 1px solid black;">5:565\$217,388 lucro do 3º</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; border-top: 1px solid black;">1891304317</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; border-top: 1px solid black;">16:635\$652,161 lucro do 1º</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">Para determinar o lucro do 2º</td> <td style="text-align: center;">Prova</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">1:391\$804,347 quociente</td> <td style="text-align: right;">Lucro do 1º 16:635\$652</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right;">× 7 mezes</td> <td style="text-align: right;">» do 2º + 9:739\$180</td> </tr> <tr> <td style="text-align: right; border-top: 1px solid black;">9:739\$180(429)</td> <td style="text-align: right;">» do 3º 5:565\$217</td> </tr> <tr> <td></td> <td style="text-align: right; border-top: 1px solid black;">Lucro total 31:939\$999</td> </tr> </table> | O cap. do 1º esteve em giro 12 m. | Lucro total | » » 2º » » » 7 » |  | » » 3º » » » 4 » | 32:000\$000   28 mezes | 23 » | 90 |  | 210 |  | 30 |  | 70 |  | 100 |  | 80 |  | 110 |  | 180 |  | 19 | Para determinar o lucro do 1º | Para determinar o lucro do 3º | 1:391\$804,347 quociente | 1:391\$804,347 quociente | × 12 mezes | × 4 mezes | 2782508691 | 5:565\$217,388 lucro do 3º | 1891304317 |  | 16:635\$652,161 lucro do 1º |  | Para determinar o lucro do 2º | Prova | 1:391\$804,347 quociente | Lucro do 1º 16:635\$652 | × 7 mezes | » do 2º + 9:739\$180 | 9:739\$180(429) | » do 3º 5:565\$217 |  | Lucro total 31:939\$999 |  |
| O cap. do 1º esteve em giro 12 m.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Lucro total                       |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |
| » » 2º » » » 7 »                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                   |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |
| » » 3º » » » 4 »                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | 32:000\$000   28 mezes            |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |
| 23 »                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     | 90                                |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 210                               |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 30                                |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 70                                |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 100                               |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 80                                |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 110                               |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 180                               |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | 19                                |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |
| Para determinar o lucro do 1º                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Para determinar o lucro do 3º     |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |
| 1:391\$804,347 quociente                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | 1:391\$804,347 quociente          |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |
| × 12 mezes                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | × 4 mezes                         |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |
| 2782508691                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               | 5:565\$217,388 lucro do 3º        |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |
| 1891304317                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                   |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |
| 16:635\$652,161 lucro do 1º                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                   |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |
| Para determinar o lucro do 2º                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Prova                             |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |
| 1:391\$804,347 quociente                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Lucro do 1º 16:635\$652           |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |
| × 7 mezes                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                | » do 2º + 9:739\$180              |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |
| 9:739\$180(429)                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | » do 3º 5:565\$217                |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Lucro total 31:939\$999           |             |                  |  |                  |                        |      |    |  |     |  |    |  |    |  |     |  |    |  |     |  |     |  |    |                               |                               |                          |                          |            |           |            |                            |            |  |                             |  |                               |       |                          |                         |           |                      |                 |                    |  |                         |  |

### Entradas e tempos diversos

**PROBLEMA.**—Tres pessoas ganharão em um negocio 12:500\$000, tendo uma empattado o capital de 14:000\$000 durante dois annos; outra empregou o capital, de 20:000\$000 durante 10 mezes, e uma terceira empattou um capital de 5:000\$000 anno e meio. Pergunta-se qual o lucro de cada um?



Neste caso o lucro estará em proporção do capital de cada um, e do tempo em que esse capital esteve em giro, e por isso o lucro de cada um é proporcional ao producto do seu capital, pelo tempo em que esteve em giro.

PRODUCTO DAS ENTRADAS PELOS TEMPOS

| Entrada do 1º                                                  | Entrada do 2º  | Entrada do 3º |
|----------------------------------------------------------------|----------------|---------------|
| 14:000\$000                                                    | 20:000\$000    | 5:000\$000    |
| × 24 mezes                                                     | × 10 mezes     | × 18 mezes    |
| 56                                                             | 200:000\$000   | 90:000\$000   |
| 28                                                             |                |               |
| 336:000\$000                                                   |                |               |
| O capital do 1º equivale em 24 mezes á entrada de 336:000\$000 |                |               |
| " 2º " " 10 " "                                                | + 200:000\$000 |               |
| " 3º " " 18 " "                                                | 90:000\$000    |               |
|                                                                | 626:000\$000   |               |

Procede-se pois com estes productos como se elles representassem as entradas puras de cada um.

Lucro total 12:500\$000 | 626:000\$000 somma dos productos.

|       |                       |
|-------|-----------------------|
| 62400 | 0,019968051 quociente |
| 60600 |                       |
| 42800 |                       |
| 50400 |                       |
| 32000 |                       |
| 7000  |                       |
| 740   |                       |

Para determinar o lucro do 1º

|                              |  |
|------------------------------|--|
| 0,019968051 quociente        |  |
| × 336:000\$000 entrada do 1º |  |
| 119 808 306                  |  |
| + 599 041 58                 |  |
| 5 900 415 8                  |  |
| 6:709\$265(190000000         |  |

Para determinar o lucro do 2º

|                              |  |
|------------------------------|--|
| 0,019968051 quociente        |  |
| × 200:000\$000 entrada do 2º |  |
| 3:998\$670(200000000         |  |

Para determinar o lucro do 3º

|                             |  |
|-----------------------------|--|
| 0,019968051 quociente       |  |
| × 90:000\$000 entrada do 3º |  |
| 1:797\$124(590000000        |  |

Prova

|                  |              |
|------------------|--------------|
| Lucro do 1º..... | 6:709\$265   |
| " do 2º.....     | + 3:998\$610 |
| " do 3º.....     | 1:797\$124   |

Lucro total com a  
diferença de 1 rs. 12:499\$999

## Dividir um numero em partes proporcionaes

**PROBLEMA.**—*Uma casa importadora tem 3 socios e dois interessados. Os tres socios tem cada um 25 % dos lucros, e os dois interessados um tem 15 e outro 10 % dos lucros. No fim do anno a casa apresentou um lucro de 120:000\$000.*

*Pede-se a parte de cada um.*

**Praticamente :**

|                          |      |                             |                         |
|--------------------------|------|-----------------------------|-------------------------|
| O 1º socio tem.....      | 25   | Lucro total<br>120:000\$000 | Somma das partes<br>100 |
| O 2º " " .....           | + 25 |                             |                         |
| O 3º " " .....           | 25   |                             |                         |
| O 1º interessado tem.... | 15   |                             |                         |
| O 2º " " .....           | 10   |                             |                         |
|                          | 100  |                             | 1:200\$000 quoc.        |

|                                    |                            |                              |
|------------------------------------|----------------------------|------------------------------|
| Determina-se a parte do 1º         | Determina-se a parte do 3º | Determina-se a parte do 5º   |
| 1:200\$000 quociente<br>×25 partes | 1:200\$000<br>×25          | 1:200\$000<br>×10            |
| 60<br>24                           | 60<br>24                   | 12:000\$000                  |
| 30:000\$000                        | 30:000\$000                | Prova                        |
| Determina-se a parte do 2º         | Determina-se a parte do 4º | Ao 1º socio. . . 30:000\$000 |
| 1:200\$000<br>×25                  | 1:200\$000<br>×15          | Ao 2º " " +30:000\$000       |
| 60<br>24                           | 60<br>12                   | Ao 3º " " 30:000\$000        |
| 30:000\$000                        | 18:000\$000                | Ao 1º interes. 18:000\$000   |
|                                    |                            | Ao 2º " " 12:000\$000        |
|                                    |                            | Lucro 120:000\$000           |

Vê-se pois, que a regra de companhia ou de sociedade não é outra cousa senão *dividir um numero em partes proporcionaes.*

Na regra de companhia usa-se como na regra de jurq das seguintes formulas :

$$1.^a \frac{A}{m+n+p} \times m; 2.^a \frac{A}{m+n+p} \times n; 3.^a \frac{A}{m+n+p} \times p$$

Chama-se A o lucro ou perda a dividir; m, n, p etc., as entradas.

Substituindo nestas formulas os valores do problema, ter-se-á tambem o lucro ou perda de cada um.

## REGRA DE LIGA

Na regra de liga ha dois casos principaes:

### 1º CASO

Quando se misturam substancias de differentes preços, para saber-se a que preço corresponde a mistura.

**Regra.**—Divide-se a somma dos valores das substancias pela somma de suas quantidades.

**PROBLEMA I.**—Misturam-se 61 litros de vinho de 900 réis cada litro, 24 litros de 600 réis, 31 de 520 réis, e 7 de 18200 réis. Qual é o preço de cada litro da mistura?

|      |        |       |                  |           |
|------|--------|-------|------------------|-----------|
| 61   | litras | 900   | réis importão em | 54900     |
| + 24 | "      | 600   | "                | " + 14400 |
| 31   | "      | 520   | "                | " 16120   |
| 7    | "      | 18200 | "                | " 88400   |

Somma das quantidades 123 litros. Somma dos valores 98620

98620 | 123 litros

07 72 762 réis, custo do litro da mistura.

840

94

**PROBLEMA II.**—Fundiram-se juntamente 5 marcos de ouro de 18 kilates, 1 marco de 20 kilates e 4 marcos de 22 kilates. Qual é o numero de kilates da liga?

|   |                      |        |    |      |
|---|----------------------|--------|----|------|
| 5 | marcos de ouro de 18 | k. são | 90 | k.   |
| 1 | "                    | "      | 20 | " 20 |
| 4 | "                    | "      | 22 | " 88 |

Som. das quantidades 10 marcos Somma dos titulos 198 k.

198 | 10 marcos

19,8

O ouro de liga é de 19,8 kilates, ou

24

## 2º CASO

Em que proporção se devem misturar as substancias, para que a mistura corresponda a um preço dado.

**Regra.**—A differença entre o preço maior e o preço dado dá a quantidade do artigo inferior; e a differença entre o preço menor e o preço dado dará a quantidade do artigo superior.

**PROBLEMA I.**—*Em que proporção se deve misturar um assucar do preço de 2\$600 a arroba, com outro de 4\$200 a arroba, para se vender a mistura a 3\$000 a arroba?*

4\$200 preço maior  
— 3\$000 » dado

— 2\$600 preço menor  
3\$000 » dado

12(00 quantidade de assucar inferior.

4(00 quantidade de assucar superior.

A mistura se fará na proporção seguinte;

12 partes de assucar de 2\$600, e

4 » » 4\$200,

porque 12 é a differença entre o preço maior e o preço dado.  
e 4 é a differença entre o preço menor e o preço dado.

**PROBLEMA II.**—*Quanto se deve tomar de ouro de 22 kilates, e de ouro de 16 kilates, para que o ouro da liga seja de 18 kilates?*

— 16 ouro inferior  
18 » pedido

22 ouro melhor  
— 18 » pedido

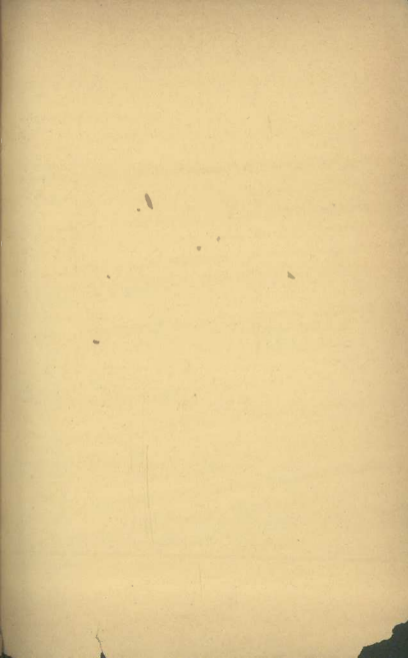
2 partes de ouro superior

4 partes de ouro inferior.

A liga será feita na proporção seguinte:

4 partes de ouro de 16 kilates, e

2 » » 22 »



## Do mesmo autor

**TABOADA METRICA** OU RESUMO FACILLIMO DO SYSTEMA METRICO DECIMAL. — Obra muito clara para o ensino do systema metrico decimal nas escolas primarias, acompanhada de tabellas de reduções para todos os pesos e medidas, e de uma taboa de numeros fixos por onde se faz qualquer redução de medidas ou de preços com uma simples multiplicação. Tambem serve para qualquer pessoa por si só aprender este novo systema de pesos e medidas, 5.<sup>a</sup> edição..... \$100

**TABELLA METRICA COMMERCIAL.** — Propria para escriptorio e todas as casas de negocio, contendo reduções exactas, e *numeros fixos*, por onde se faz qualquer redução de *medida ou de preço*, só com uma mera multiplicação..... 18000

**ARITHMETICA ELEMENTAR.** — Adoptada pelos Conselhos de Instrução Publica das provincias do Rio de Janeiro, Bahia, Alagoas, Pará e Espirito Santo, para uso das escolas das mesmas provincias, seguida de um bem elaborado resumo do systema metrico decimal, edição de 1879..... \$300

**SYLLABARIO ESCOLAR**—para o ensino de leitura nas escolas primarias, com muitos emblemas, edição nitida, e em muito bom papel. . . . . 100 rs.

### VENDE-SE

em todas as livrarias e lojas de papel da Corte e provincias.

### DEPOSITO

**Côrte.** — Rua Sete de Setembro n. 10, Loja do Lordello, por especial favor, onde se faz grande abatimento a quem comprar de 25 exemplares para cima.

### AGENCIAS

**Bahia**—S. Salvador—João do Prado Carvalho, loja de quinilharias ao Coberto Grande n. 55.

**Rio de Janeiro**—Niteroy—O autor, rua de José Bonifacio n. 19, S. Domingos.

**Alagoas**—Maceió—João Firmo Clodoaldo Pires da Cunha, livraria classica, rua do Commercio n. 45.

**Para**—José Maria da Silva.

**S. Paulo**—A. L. Garroux rua da Imperatriz ns. 36 e 38, e na Grande Livraria Paulista de A. M. Teixeira, na rua de S. Bento n. 52.